ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 JANVIER 1923.

PRÉSIDENCE DE M. ALBIN HALLER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude de l'absorption dans l'ultraviolet d'une série de dérivés du camphre.* Note (¹) de MM. **A. Haller** et **R. Lucas**.

Certains dérivés du camphre tels que le benzalcamphre (²), le furfuralcamphre (³), l'anisalcamphre présentent des anomalies considérables dans leurs propriétés optiques — dispersion ordinaire, réfraction moléculaire, pouvoir rotatoire — vis-à-vis des dérivés de réductions correspondants.

La présente étude a pour but de rechercher s'il n'y a pas de différences importantes dans les spectres d'absorption de ces corps. On sait en effet que le rôle des bandes d'absorption est fondamental en ce qui concerne la dispersion ordinaire et la dispersion rotatoire.

L'appareil employé consiste en un spectrographe en quartz de Ch. Féry permettant d'explorer la région spectrale comprise entre 2280 et 5400 U.Å.

Un perfectionnement du dispositif photographique a permis de prendre sur un même film vingt spectrogrammes de 1^{mm} de hauteur.

La source lumineuse était formée par l'étincelle condensée éclatant entre deux électrodes de fer reliées à une batterie de condensateurs Mosciki de 0,02 microfarad placée sur le secondaire d'un transformateur. Le circuit primaire était alimenté par le courant du secteur, en sorte que la source

---

(¹) Séance du 4 décembre 1922.

(²) A. Haller, *Comptes rendus*, t. 113, 1891, p. 22. — A. Haller et Th. Muller, *Ibid.*, t. 128, 1899, p. 1370. — A. Haller et P. Boudin, *Ann. de Chimie*, t. 17, 1922, p. 5.

(³) Mlle Wolff, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 23.

lumineuse possédait un éclat très constant. Les substances étudiées étaient dissoutes dans l'alcool éthylique absolu qui ne présentait pas d'absorption appréciable jusqu'à 2360 U. Å. pour 60^{mm} d'épaisseur.

Le faisceau lumineux traversait des épaisseurs variables de solution

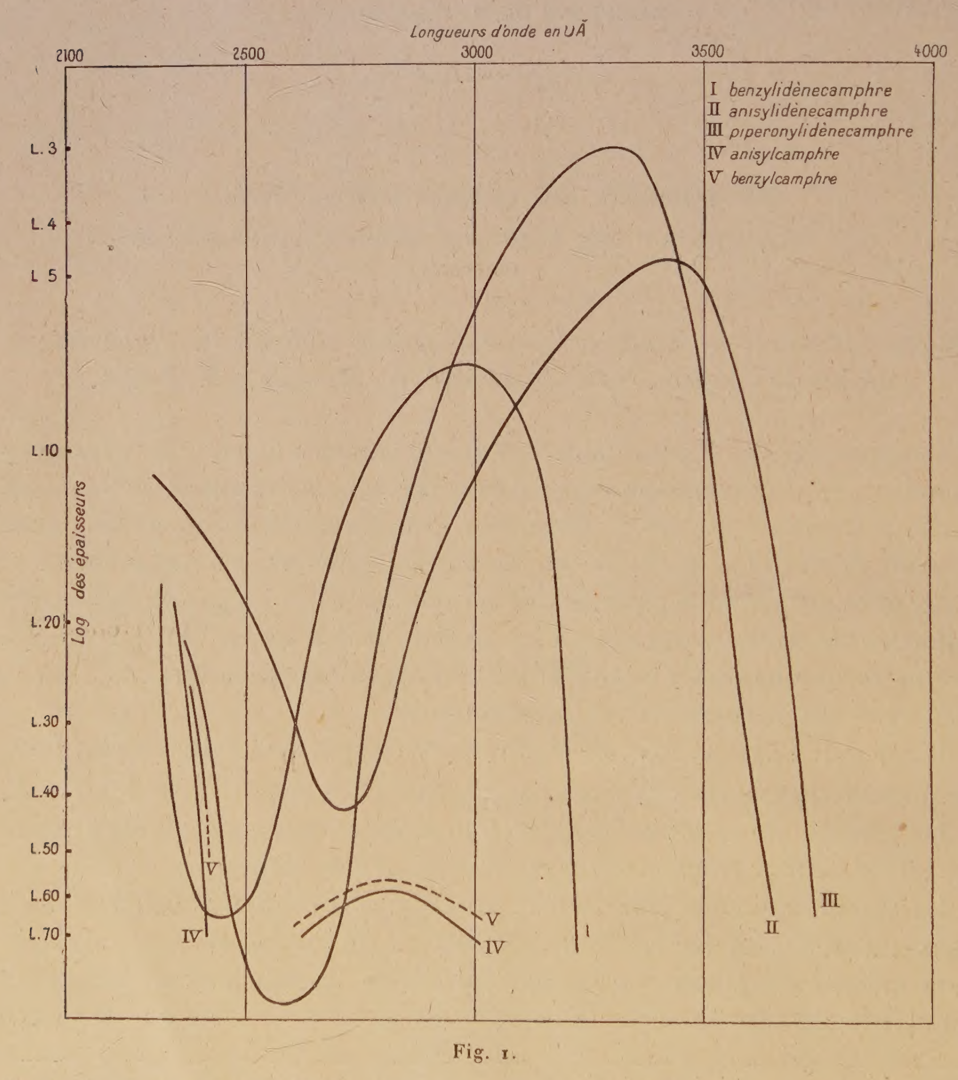


Fig. 1.

placée dans un tube de Baly et était ensuite concentré sur la fente du spectrographe. Pour la commodité des mesures nous avons adopté une concentration moléculaire constante $\frac{4}{3}$ N.10^{-7} pour les différents dérivés.

Pour chacun de ces corps nous avons pris 60 spectres correspondant

à des épaisseurs variables de millimètre en millimètre de 2 à 61, le temps de pose était de une minute par spectre. La représentation graphique des courbes d'absorption a été celle suggérée autrefois par Lord Rayleigh (¹). Les longueurs d'onde étant en abscisses, on porte en ordonnées les logarithmes des épaisseurs de solution correspondant à la disparition de l'impression photographique, en ayant soin de choisir des raies d'égales intensités pour des épaisseurs nulles.

Les corps étudiés ont été les suivants :

(I)
- Benzalcamphre;
- Anisalcamphre;
- Pipéronalcamphre;
- *m*-Oxybenzylidènecamphre;
- *m*-Méthoxybenzylidènecamphre;
- *p*-Tolylidènecamphre;
- *m*-Tolylidènecamphre.

(II)
- Benzylcamphre;
- Anisylcamphre.

Tous les corps (I), de type

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{array}{l}C = CH - R \\ | \\ CO\end{array}\right. ,$$

présentent une forte bande d'absorption, les maxima variant pour chacun des corps de 2900 U.Å. à 3500 U.Å., alors que les corps (II) n'en présentent pas.

La comparaison du benzalcamphre et du benzylcamphre

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{array}{l}CH - CH^2 - C^6H^5 \\ | \\ CO\end{array}\right. ,$$

ainsi que celle de l'anisal et de l'anisylcamphre, qui ne diffèrent l'un de l'autre que par l'existence d'une liaison éthylénique, montre la grosse différence que cette liaison apporte par l'apparition d'une forte bande d'absorption.

Celle-ci est solidaire d'une perturbation importante de l'indice et de la réfraction moléculaire dans le spectre visible (²) ainsi que de la dispersion rotatoire si elle correspond à des périodes d'ions optiquement actifs.

(¹) *Nature*, t. 27, 1883, p. 559.

(²) A. Haller et Th. Muller, *loc. cit.*

Des expériences sont en cours pour observer si la propriété signalée se manifeste dans d'autres composés du même groupe, notamment dans des

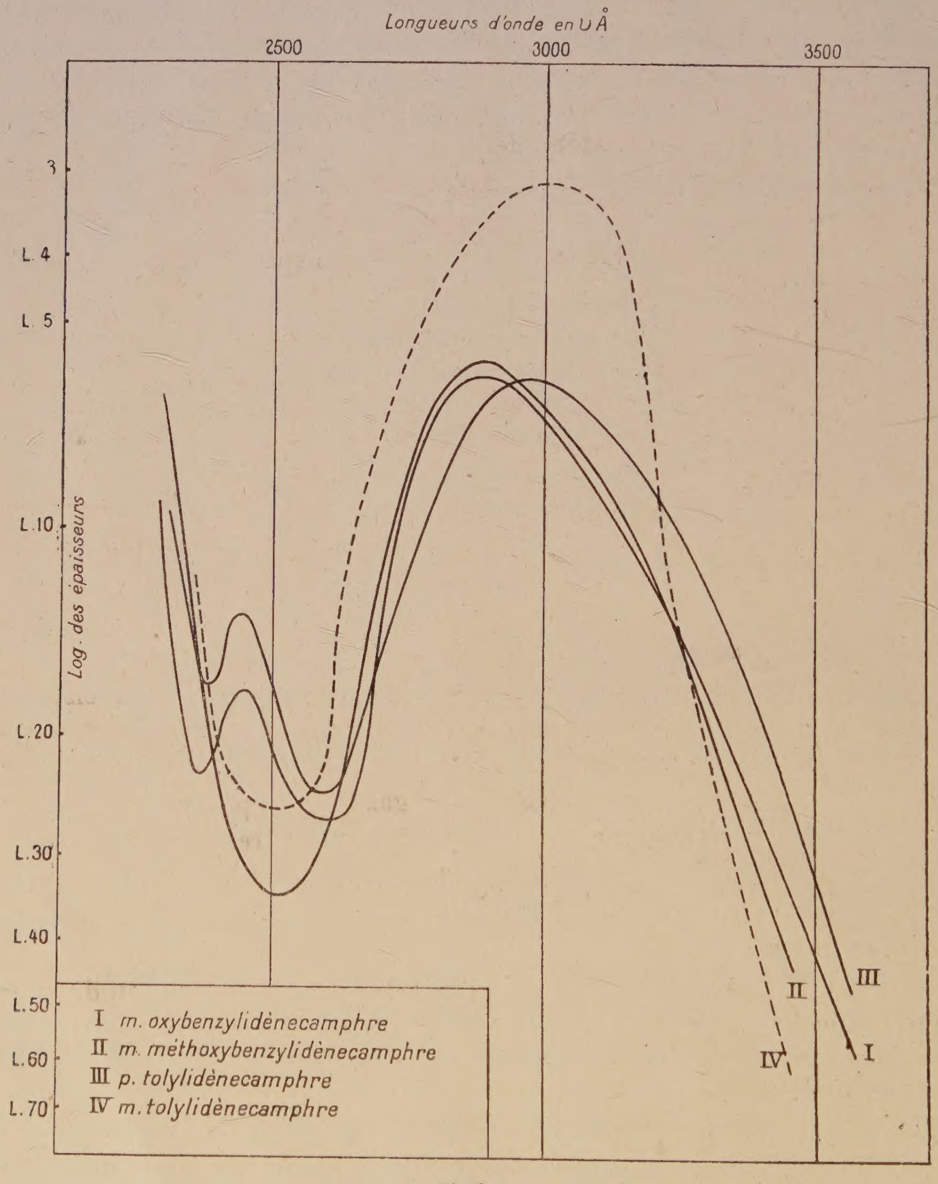


Fig. 2.

dérivés résultant de la substitution d'halogènes, de radicaux hydrocarbonés, OH, OR, NH^2, NR^2, etc., dans les différentes positions ortho, méta et para du noyau benzénique.

Les courbes montrent que l'influence de substitutions de plus en plus importantes déplacent le maximum de l'absorption vers le rouge, comme on peut le voir avec le benzal, l'anisal et le pipéronalcamphre, où les radicaux anisal et pipéronal sont plus lourds que le benzal.

Par contre, on peut faire une observation analogue à celle de Hartley sur l'identité des spectres d'absorption de l'acide benzoïque et de son éther méthylique ; on peut constater que les spectres relatifs au métaméthoxybenzylidènecamphre et au métaoxybenzylidènecamphre sont pratiquement identiques.

Exception faite pour le benzalcamphre ([1]), les spectres d'absorption de ces composés n'ont pas encore été publiés.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la vitalité des feuilles d'*Aucuba *conservées dans le vide.* Note ([2]) de MM. **P.-A. Dangeard** et **Pierre Dangeard.**

Le 29 mai 1922, M. Maquenne annonçait à l'Académie qu'il avait réussi, en collaboration avec M. Demoussy, à conserver plus d'un an dans le vide et à la lumière des feuilles d'*Aucuba*, sans que celles-ci présentassent aucun signe d'altération : une de ces feuilles était encore capable de décomposer en six heures, au soleil, $2^{cm^3},4$ d'acide carbonique ([3]).

Les auteurs en signalant cette découverte ont eu bien soin de préciser les principales conditions nécessaires à la réussite de l'expérience : il faut que la feuille renferme une réserve de substance combustible suffisante pour fournir sans en être affectée le volume de gaz carbonique, par conséquent d'oxygène qui lui est nécessaire au début ; il faut d'autre part que les matériaux gazeux ou liquides que cette feuille consomme en respirant pendant la nuit soient intégralement régénérés pendant le jour, par la fonction chlorophyllienne.

Grâce à l'obligeance de M. Maquenne, il nous a été possible d'étudier par comparaison une de ces feuilles restée depuis six mois dans le vide — 30 mai 1922 à début novembre — avec d'autres feuilles venant seulement d'être détachées de l'arbuste.

Tout d'abord, nous constaterons que toutes les cellules de la feuille con-

---

([1]) Lowry, *Trans. Chem. Soc.*, t. 97, 1910, p. 906.

([2]) Séance du 3 janvier 1923.

([3]) L. Maquenne et E. Demoussy, *Sur la végétation dans des milieux pauvres en oxygène* (*Comptes rendus*, 1922, t. 174, p. 1387).

servée six mois dans le vide sont restées bien vivantes : la preuve résulte : 1° de l'observation des mouvements cellulaires ; 2° de la possibilité des colorations vitales.

A. Contrairement à une opinion assez répandue, il est relativement facile d'observer les mouvements du protoplasme et les courants qui s'y développent dans la plupart des cellules végétales : lorsque l'activité est très grande, les microsomes circulent rapidement et dans des directions parfois extrêmement variables : si l'activité est ralentie, il est alors nécessaire de fixer attentivement plusieurs de ces microsomes qui paraissent immobiles : on les voit alors se déplacer brusquement sur un trajet plus ou moins long; si la cellule est en voie de dégénérescence, les microsomes éprouvent un mouvement de trépidation sur place qui cesse finalement avec la mort de la cellule.

Dans la feuille conservée dans le vide, les mouvements des microsomes peuvent être suivis facilement dans les cellules épidermiques : ils sont particulièrement visibles au voisinage des nervures et alors assez actifs : on observe également mais avec plus de difficultés cette translation des microsomes à l'intérieur des cellules stomatiques : leurs déplacements sont alors de faible amplitude.

Ce mouvement des microsomes le long des cordons protoplasmiques se produit avec les mêmes caractères dans les cellules d'une feuille d'*Aucuba* qui vient d'être détachée de son rameau.

B. L'emploi des colorants vitaux permet ainsi que nous l'avons montré, à plusieurs reprises depuis quelques années, de reconnaître si une cellule végétale est vivante ou non. Dans le premier cas, la substance colorante s'accumule dans le vacuome, laissant complètement incolore le noyau, le cytoplasme, ainsi que l'ensemble des plastes. La vie dans une cellule dont le vacuome est ainsi coloré peut persister pendant une dizaine de jours, comme la chose s'est produite pour les feuilles d'*Elodea* ; ordinairement la période de survie se réduit à quelques heures; on voit au bout de quelque temps, le noyau, les plastes et le cytoplasme s'imprégner du colorant et assez brusquement le vacuome perd ses propriétés électives et ses caractères morphologiques : la cellule est morte.

Les vacuoles de la feuille d'*Aucuba* provenant du vide prennent très bien les colorants vitaux comme le rouge neutre et le bleu de crésyl : leur pouvoir électif et osmotique est absolument normal dans toutes les cellules de la feuille : ce n'est qu'au bout de plusieurs heures que la mort survient : on peut faire des constatations identiques sur les feuilles ordinaires.

En résumé, *il est possible d'affirmer, à la suite des constatations précédentes, que la feuille d'*AUCUBA *placée dans le vide pendant six mois a conservé vivantes toutes ses cellules :* cette vitalité est sans doute susceptible d'une durée beaucoup plus longue qu'il sera intéressant de déterminer par la suite.

Nous avons profité de l'occasion qui nous était ainsi offerte pour faire une étude plus complète des cellules de la feuille d'*Aucuba* relativement à leur contenu et à leur structure, en procédant toujours par comparaison entre la feuille provenant du vide F. I et les feuilles ordinaires F. II; voici quelques-uns des résultats obtenus.

a. En F. I, comme en F. II, seules les cellules stomatiques renferment des chloroplastes imprégnés d'amidon et se colorant en rouge brique comme l'amylodextrine par les solutions iodées : il n'en existe aucune trace soit dans les autres cellules épidermiques, soit dans les cellules du mésophylle. L'un de nous a déjà signalé un fait semblable dans la feuille d'*Iris* sans pouvoir en indiquer la raison.

b. En F. I, comme en F. II, les cellules épidermiques semblent incolores à un premier examen : en réalité, elles possèdent un certain nombre de petits chloroplastes à contour sphérique, groupés à la surface du noyau : chloroplastes et noyau occupent la face interne et profonde des cellules, ce qui exige une certaine attention pour les apercevoir nettement.

c. En F. I, comme en F. II, les cellules épidermiques, ainsi que les cellules du mésophylle, ne possèdent qu'une couche très mince de cytoplasme dans laquelle sont logés le noyau, les chloroplastes et les microsomes : tout l'intérieur de chaque cellule est occupé par une grande vacuole unique renfermant une solution colloïdale de métachromatine au sens défini par l'un de nous.

Seules, les cellules stomatiques possèdent un vacuome fragmenté en un nombre variable de petites vacuoles, parfois réunies en réseau : cet état indique que les cellules sont riches en cytoplasme et ont conservé un caractère embryonnaire, alors que les autres cellules sont arrivées à une période de maturité.

d. En F. I, comme en F. II, la distinction du plastidome et du sphérome est extrêmement nette : tous les plastes, sauf dans les nervures, sont chrorophylliens; aucun n'est filamenteux; tous les microsomes sont incolores sur le vivant et de forme sphérique; tous sont teintés en noir par l'hématoxyline ferrique après fixation au Laguesse; tous sont très petits par rapport aux chloroplastes.

e. En F. I comme en F. II la solution colloïdale de métachromatine contenue dans le vacuome présente les propriétés électives et osmotiques ordinaires : elle contient des tanins, à en juger par la coloration brune que lui communique l'acide osmique : il semble, sans qu'on puisse l'affirmer, que ces tanins soient un peu plus abondants dans les feuilles I.

La solution colloïdale contenue dans la vacuole est certainement assez épaisse, car le fixateur Laguesse donne lieu à un abondant et fin précipité : on observe même parfois la formation de gros corpuscules métachromatiques se colorant en noir par l'hématoxyline ferrique dans les cellules stomatiques, dans plusieurs cellules épidermiques, surtout chez celles qui sont en bordure des nervures.

On sait que les cellules végétales sont capables d'immobiliser l'acide oxalique, toxique à faible dose, en le combinant à la chaux, sous forme de cristaux d'oxalate de chaux.

Il se produit quelque chose d'analogue avec le rouge neutre : dans des cellules vivantes dont le vacuome est coloré de façon intense par ce colorant vital, on voit des aiguilles violettes se former autour d'un centre de condensation ; le nombre des aiguilles augmente ainsi que leur longueur et l'on a finalement dans une grande vacuole progressivement décolorée une sorte d'oursin hérissé de longs piquants de couleur lie de vin : le rouge neutre, dissous dans le vacuole, se trouve ainsi immobilisé à l'état de cristaux.

f. Les faisceaux des nervures devaient aussi retenir notre attention : alors que les vaisseaux du bois sont morts, les éléments du liber sont, pour la plupart, en F. I comme en F. II, restés très vivants et, il semble bien, très actifs : seuls quelques tubes paraissent vides.

On a trouvé dans les premiers, après fixation au Laguesse et coloration à l'hématoxiline ferrique, un noyau allongé, des plastes ordinairement sphériques groupés au voisinage du noyau ou dispersés. Les microsomes sont très abondants : quelques-uns allongés en courts bâtonnets sont probablement en voie de division : ils sont très chromatiques, la différence de taille ne permet pas de les confondre avec les plastes, même lorsque ceux-ci deviennent des mitoplastes.

g. L'origine des globules oléagineux qui existent dans le cytoplasme des celulles est encore obscure; ces globules en F. I comme en F. II sont assez nombreux dans les cellules stomatiques et ils paraissent se relier par des transitions insensibles aux microsomes. Dans les autres cellules de ces feuilles, le cytoplasme renferme fréquemment de un à trois gros corpuscules d'huile ou un nombre plus élevé.

La réserve d'huile est sensiblement la même pour F. I et F. II qui représentent des feuilles adultes : elle est assez faible.

Si l'on examine au contraire une feuille plus jeune prise tout à l'extrémité du rameau, on constate que celle-ci renferme une quantité d'huile beaucoup plus grande dans ses cellules : les globules d'huile y sont plus gros et plus nombreux dans le cytoplasme.

En résumé, *une feuille adulte d'* AUCUBA *placée dans le vide relatif et à la lumière pendant six mois conserve toutes ses cellules vivantes sans qu'aucune différence importante puisse être décelée entre la structure de ces cellules et celle des feuilles restées sur l'arbre :* la découverte de MM. Maquenne et Demoussy sera certainement le point de départ de recherches intéressantes concernant la Biologie cellulaire.

M. **Haller** s'exprime en ces termes :

La Conférence faite à la Société chimique de France dont j'ai l'honneur de déposer le texte sur le bureau de l'Académie comporte un ensemble de recherches effectuées depuis 18 ans à la Sorbonne et à l'École de Physique et de Chimie en employant comme réactif *l'amidure de sodium.* Les résultats obtenus montrent que ce réactif peut servir soit comme agent intermédiaire pour réaliser des substitutions, soit comme agent de dédoublement, soit enfin comme agent de condensation.

Avec M. Ed. Bauer ces recherches ont, en particulier, porté sur la préparation de cétones aliphatiques et mixtes polysubstituées que nous avons ensuite dédoublées par le même réactif en amides d'acides trialcoylacétiques et carbures.

D'autres exécutées avec Mme Ramart, MM. Boudin, Louvrier, Benoist, Cornubert, etc. ont abouti à la production de dérivés tétrahydropyridiques, d'alcoylcamphres, d'alcoylcyclotriméthylène, d'alcoylcyclopentanones et d'alcoylcyclohexanones, ainsi que de leurs produits de dédoublement.

M. **Branly** présente un opuscule qu'il vient de publier sous le titre : *Télégraphie sans fil.*

M. **Daniel Berthelot** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un exemplaire du compte rendu des Travaux de la Conférence Internationale des grandes lignes de

transport d'énergie électrique à très haute tension, qui s'est tenue, à Paris, au mois de novembre 1921 sous les auspices de l'Union des Syndicats de l'Électricité.

A cette Conférence ont assisté les représentants les plus qualifiés de l'industrie électrique, tant en Europe qu'aux États-Unis et au Japon.

Les plus importantes questions techniques, relatives aux grands réseaux existants ou projetés dans le monde entier, ont été examinées contradictoirement. On les trouvera exposées dans plus de 60 rapports, suivis de discussions approfondies et accompagnés de cartes, de diagrammes, de schémas et de photographies, dont l'ensemble forme un volume d'environ 1200 pages d'une impeccable présentation typographique. Plusieurs de ces rapports sont dus à notre confrère M. **A. Blondel.**

Le succès de la Conférence a été tel qu'en se séparant elle a décidé, à l'unanimité, de maintenir le contact si heureusement établi dans ce domaine entre les spécialistes des diverses nations et de se réunir désormais tous les deux ans à Paris.

M. **H. Le Chatelier** fait hommage à l'Académie du *Traité d'analyse des substances minérales,* par **Adolphe Carnot**. Tome quatrième et dernier : *Métaux* (deuxième Partie). Révision et Appendice, par E. Goutal.

M. **Mesnil** fait hommage à l'Académie du Livre publié par l'Institut Pasteur à l'occasion du 100e anniversaire de la naissance de **Pasteur**.

Dans cet Ouvrage ont été reproduits plusieurs articles qui évoquent les diverses périodes de la vie scientifique de Pasteur. Ce sont :

Deux leçons faites à la Société chimique en 1860, dans lesquelles **Pasteur** résume ses travaux sur la dissymétrie moléculaire;

Un article de **E. Duclaux** sur la vie au Laboratoire de l'École Normale;

Deux articles que M. **Roux** a consacrés, l'un dans l'*Agenda du Chimiste* (1896), à l'œuvre médicale de Pasteur; l'autre, à la Société d'Agriculture, à son œuvre agricole.

Les illustrations représentent Pasteur à différentes époques de son existence, et ses principaux collaborateurs (plusieurs ont fait partie de notre Compagnie) à l'époque où ils travaillaient à ses côtés.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Bibliographie des travaux scientifiques (sciences mathématiques, physiques et naturelles) publiés par les Sociétés savantes de France*, dressée sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique, par René Descharmes; tome II, 1re livraison.

2° *Les progrès de la Chimie en* 1920. Traduction des *Annual Reports on the Progress of Chemistry for* 1920, issued by the Chemical Society, publiée sous la direction de André Kling.

3° *Paul Schützenberger et l'isotopie*, par O. Boudouard. (Présenté par M. A. Haller.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation des fonctions d'une variable réelle.* Note (1) de M. **Th. Anghelutza.**

Considérons la série trigonométrique de Fourier,

$$(1) \qquad \frac{a_0}{2}+(a_1\cos x+b_1\sin x)+\ldots+(a_n\cos nx+b_n\sin nx)+\ldots.$$

Pour le cas où la série n'est pas convergente, on a imaginé diverses méthodes de sommation. On a ainsi la sommation par l'intégrale de Poisson, utilisée par M. Picard. On a aussi la sommation de Riemann et d'autres (Lebesgue, Fejér).

En désignant par S_n la somme des n premiers termes de (1), M. Fejér considère la moyenne arithmétique

$$\frac{S_1+S_2+\ldots+S_n}{n}=\frac{1}{2\pi n}\int_0^{2\pi}f(\alpha)\left(\frac{\sin n\frac{\alpha-x}{2}}{\sin\frac{\alpha-x}{2}}\right)^2 d\alpha=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}f\left(x+\frac{2t}{n}\right)\left(\frac{\sin t}{t}\right)^2 dt.$$

M. Jackson et M. de la Vallée Poussin, en étudiant l'approximation, ont

(1) Séance du 26 décembre 1922.

introduit d'autres polynomes trigonométriques, posant dans l'intégrale de Fejér, au lieu de $\left(\frac{\sin t}{t}\right)^2$, l'expression $\left(\frac{\sin t}{t}\right)^{2p}$.

Dans cette Note, nous voulons montrer qu'il existe une classe générale de polynomes trigonométriques qui somment la série de Fourier; $f(x)$ remplissant les mêmes conditions que dans la sommation de M. Fejér, le degré d'approximation par rapport à n étant le même.

Commençons par donner une nouvelle méthode de sommation pour la série de Fourier.

Posons pour cela

$$\sum_n = \frac{S_1 + 3S_2 + \ldots + (2n-1)S_n}{n^2}$$
$$= \frac{1}{2\pi n^2}\int_0^{\pi} f(x+2t)\frac{\cos t \sin 2nt - 2n\sin t\cos 2nt}{\sin^3 t}\,dt.$$

On a

$$\sum_n = \frac{2}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x+\frac{t}{n}\right)\frac{\sin t - t\cos t}{t^3}\,dt,$$

Σ_n tend vers $f(x)$, le degré d'approximation étant le même.

Pour une fonction qui vérifie la condition de Lipschitz d'ordre 1, on pose

$$T_n = \frac{15}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x+\frac{t}{n}\right)\left(\frac{\sin t - t\cos t}{t^3}\right)^2 dt,$$

où

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{\sin t - t\cos t}{t^3}\right)^2 dt = \frac{2\pi}{15}.$$

On trouve

$$|T_n - f(x)| < \frac{15k}{\pi n},$$

k étant la constante qui entre dans la condition de Lipschitz.

Considérons maintenant l'expression $E(t)$, paire ou impaire de t, de la forme

$$E(t) = \frac{P(t, \sin t, \cos t)}{t^p},$$

où

$$P(t, \sin t, \cos t) = \sum_{i=0}^{i=q} t^i A_i(\sin t, \cos t) \qquad (q \leqq p-2),$$

les $A_i(\sin t, \cos t)$ étant des polynomes en $\sin t$, $\cos t$, et $E(t)$ étant finie pour $t = 0$.

Dans ces conditions, si les $A_i(\sin t, \cos t)$ sont tous périodiques de période π, l'expression

$$\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x+\frac{2t}{n}\right) E(t)\,dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} E(t)\,dt}$$

est un polynome trigonométrique qui somme la série de Fourier.

Si les $A_i(\sin t, \cos t)$ ne sont pas périodiques, on a la même conclusion pour l'expression

$$\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x+\frac{t}{n}\right) E(t)\,dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} E(t)\,dt}.$$

Comme exemple qui rentre dans le premier cas, considérons

$$\Phi_n = \frac{3}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x+\frac{2t}{n}\right)\frac{t^2-\sin^2 t}{t^4}\,dt.$$

Si l'on cherche la loi correspondante de sommation de la série de Fourier, on trouve

$$\Phi_n = \frac{2}{n^3}\sum_{p=1}^{n}[(n-p+1)(n-p)+1]\,S_p = \frac{2}{n^3}\sum_{p=0}^{n-1}(n-p)^3 A_p,$$

où $A_0 = \frac{a_0}{2}$ et $A_p = a_p \cos px + b_p \sin px$.

Pour avoir une approximation plus grande, quand $f(x)$ vérifie la condition de Lipschitz d'ordre 1, on prend

$$\Psi_n = \frac{63}{8\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x+\frac{2t}{n}\right)\left(\frac{t^2-\sin^2 t}{t^4}\right)^2 dt,$$

où

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{t^2-\sin^2 t}{t^4}\right)^2 dt = \frac{8\pi}{63}.$$

On trouve

$$|f(x)-\Psi_n| < \frac{7k}{n}.$$

Comme exemple pour le second cas, on prend

$$\chi_n = \frac{2}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x+\frac{t}{n}\right)\frac{t-\sin t}{t^3}\,dt.$$

Ici la loi de sommation est la suivante :

$$\chi_n = \frac{1}{n^2}\sum_{p=1}^{n}(2n-2p+1)s_p = \frac{1}{n^2}\sum_{p=0}^{n-1}(n-p)^2 A_p.$$

Pour le cas de la condition de Lipschitz d'ordre 1, on prend

$$\theta_n = \frac{20}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x+\frac{t}{n}\right)\left(\frac{t-\sin t}{t^3}\right)^2 dt.$$

On trouve pour l'approximation

$$|f(x)-\theta_n| < \frac{5k}{n}.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les substitutions rationnelles à deux variables.* Note de M. GASTON JULIA.

On ne considère ici que des substitutions entières à deux variables, les résultats obtenus pouvant je crois s'étendre sans difficulté aux substitutions rationnelles à n variables, et l'on donnera une brève esquisse des circonstances de leur itération.

1. Soit S $[x, y | X, Y]$ la substitution considérée, pour laquelle on suppose que l'origine est un point double répulsif aux multiplicateurs s et σ de module > 1.

Soit Δ un petit volume entourant O dans l'espace E_4 à quatre dimensions x_1, x_2, y_1, y_2 $[x = x_1 + ix_2, y = y_1 + iy_2]$, par exemple, $|x| \leqq \rho$, $|y| \leqq \rho$, pour ρ assez petit. Dans Δ, la substitution S^{-1} sera régulière et donnera un volume Δ_{-1}, intérieur à Δ; par S^{-k} on aura Δ_{-k} qui tend vers zéro avec $\frac{1}{k}$. Au contraire, Δ_1, conséquent de Δ par S, contient Δ, et les conséquents successifs Δ_k de Δ, contenus chacun dans les suivants, ont pour limite un domaine $\mathfrak{D}_0$ de E_4 qui est le *domaine de répulsion de* O : ensemble des points d'un seul tenant avec O, dont les antécédents successifs ont O pour point limite.

A priori, deux cas seulement sont possibles :

2. PREMIER CAS. — *Il n'y a dans* $\mathfrak{D}_0$ *aucun antécédent d'ordre un de l'origine autre que l'origine même.* On montre alors aisément qu'un point quelconque de $\mathfrak{D}_0$ n'a qu'un antécédent d'ordre un dans $\mathfrak{D}_0$. La substitution S^{-1} est uniforme dans $\mathfrak{D}_0$. Les fonctions de Schrœder aux multiplicateurs s et σ, fonc-

tions inverses des fonctions méromorphes de M. Picard, sont, lorsqu'elles existent, uniformes dans $\mathcal{D}_0$ qui est leur domaine d'existence. Il n'y a, dans $\mathcal{D}_0$, aucun point double ou cycle de S autre que l'origine, le lien algébrique $\frac{D(X, Y)}{D(x, y)} = 0$ ne peut traverser $\mathcal{D}_0$.

La substitution S n'étant pas birationnelle, $\mathcal{D}_0$ aura au moins un domaine antécédent $\mathcal{D}_{-1}$ qui lui sera extérieur, par conséquent il aura au moins un domaine $\mathcal{D}_{-2}$ antécédent d'ordre 2, extérieur à $\mathcal{D}_0$ et $\mathcal{D}_1$ etc., au moins un domaine $\mathcal{D}_{-n}$ antécédent d'ordre n, extérieur à $\mathcal{D}_0, \mathcal{D}_{-1}, \ldots, \mathcal{D}_{-(n-1)}$. $\mathcal{D}_0$ ne peut donc remplir qu'une partie de l'E_4, une infinité de domaines distincts, antécédents de $\mathcal{D}_0$, devant exister simultanément avec $\mathcal{D}_0$.

Si l'un des domaines Δ_k envisagés au n° 1 contient un point double ou un point d'un cycle de S, ou un point tel que $\frac{D(X,Y)}{D(x,y)} = 0$, ce premier cas doit être écarté.

3. Deuxième cas. — $\mathcal{D}_0$ *contient un antécédent* O_{-1} *de* O, *d'ordre un, distinct de* O. — Alors il existe dans Δ un certain antécédent O_{-k} de l'origine, quelque petit que soit Δ $[O_{-k} \neq 0]$. Δ_{-l}, antécédent de Δ par la branche de S^{-l} nulle à l'origine, tend vers O quand l devient infini. La branche de S^{-k} qui donne O_{-k} en O, transformera donc Δ_{-l} en un domaine fermé Δ_{-k-l} entourant O_{-k} et qui sera arbitrairement petit pourvu que l soit assez grand [cette branche peut n'être pas uniforme dans Δ_{-l}] : On peut donc supposer Δ_{-k-l} *intérieur à* Δ. S^{-k-l} transforme donc Δ en Δ_{-k-l}, les frontières se correspondant, Δ_{-k-l} étant assez petit pour que *son diamètre soit inférieur à la plus courte distance des frontières de* Δ *et* Δ_{-k-l}.

Soit alors $[x, y \mid X_{k+l}, Y_{k+l}]$ la substitution S^{k+l} et considérons la fonction

$$f(x_1, x_2, y_1, y_2) = |X_{k+l} - x|^2 + |Y_{k+l} - y|^2.$$

Elle est continue, positive dans Δ_{-k-l} et elle est bornée. Elle atteint son minimum en quelque point de Δ_{-k-l}. f est le carré de la distance du point $P(x, y)$ au point P_{k+l}. Un point Π intérieur à Δ_{-k-l} ayant un antécédent Π_{-k-l} intérieur à Δ_{-k-l}, la distance $\overline{\Pi_{-k-l}\Pi}$ sera inférieure au diamètre de Δ_{-k-l}, donc à la plus courte distance des frontières de Δ_{-k-l} et Δ. *Le minimum de* f *n'est donc pas atteint sur la frontière de* Δ_{-k-l}. *Il ne peut être atteint en un point intérieur* C *que si ce minimum est nul*, par conséquent en un point où

$$X_{k+l} - x = Y_{k+l} - y = 0.$$

Car l'hypothèse contraire entraînerait, au voisinage de C, l'existence de

points où $|X_{k+l}-x|$ et $|Y_{k+l}-y|$ auraient simultanément des valeurs inférieures à celles qu'elles ont en C. On a ainsi prouvé *l'existence dans* Δ_{-k-l} *d'un point* C *appartenant à un cycle de* S.

O est limite de cycles de S; tout antécédent de O, intérieur à $\mathfrak{D}_0$, l'est aussi. O étant limite pour ses antécédents, l'ensemble dérivé des antécédents de O dans $\mathfrak{D}_0$ contient tous les antécédents de O; il est *parfait*. Appelons-le $E'_{\mathfrak{D}_0}$ par analogie avec celui que j'ai appelé E′ dans le cas d'une variable. Les cycles de S sont partout denses dans $E'_{\mathfrak{D}_0}$, comme les antécédents de O. $E'_{\mathfrak{D}_0}$ est invariant par S et par toutes les branches de S^{-1} qui respectent l'intérieur de $\mathfrak{D}_0$. Un domaine arbitrairement petit entourant un point de $E'_{\mathfrak{D}_0}$ engendre par itération indéfinie tout le domaine $\mathfrak{D}_0$. $E'_{\mathfrak{D}_0}$ a donc la même structure dans toutes ses parties et toutes les structures sont possibles comme le montre le cas de la substitution $[z, z_1 | R(z), R_1(z_1)]$ à variables séparées. Tout point de $E'_{\mathfrak{D}_0}$ est point singulier essentiel de l'itération de S, car aucun couple de fonctions $(X_{n_p}\, Y_{n_p})$, itérées d'ordre n_p de (x, y), ne peut avoir pour limite un couple (ξ, η), analytique en x, y dans un petit domaine entourant un point de $E'_{\mathfrak{D}_0}$, puisque les δ_{n_p} ont pour limite $\mathfrak{D}_0$ quelque petit que soit δ. Un point double ou cycle attractif (multiplicateurs tous < 1 en module) n'appartiendra pas à $E'_{\mathfrak{D}_0}$. Les points doubles ou cycles indifférents (un multiplicateur > 1 et l'autre < 1 en module) sont aussi des points singuliers essentiels de l'itération de S. On voit que les propriétés des singularités de l'itération à une variable s'étendent au cas présent, *en restant dans* $\mathfrak{D}_0$. Il s'y ajoute un élément nouveau par la considération des courbes ou des cycles de courbes invariants par S dont on sait l'existence au voisinage des points doubles ou des cycles de points de S. Tous les exemples effectifs que j'ai pu étudier jusqu'ici sont du deuxième cas. Il serait intéressant de savoir si le premier cas doit toujours être écarté ou d'avoir un exemple effectif de ce cas.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions rationnelles permutables.* Note de M. J.-F. **Ritt**.

M. Julia a considéré, dans un Mémoire récent [1], le problème de déterminer tous les couples de fonctions rationnelles, $\Phi(z)$ et $\Psi(z)$, telles que

$$\Phi[\Psi(z)] = \Psi[\Phi(z)].$$

---

[1] *Annales de l'École Normale supérieure*, 1922.

J'étudie depuis quelques années une question plus générale que celle-ci, sur la résolution des fonctions rationnelles en fonctions dites « premières », question que j'ai résolue complètement pour les polynomes [1]. Pour les fonctions fractionnaires, je suis parvenu, relativement au problème plus restreint de la permutabilité, à des résultats plus précis que ceux de M. Julia.

Je distingue, comme M. Julia, les fonctions indépendantes et les fonctions dépendantes. Deux fonctions $\Phi(z)$ et $\Psi(z)$ sont dites dépendantes s'il existe deux indices, p et q, pour lesquels les itérées $\Phi_p(z)$ et $\Psi_q(z)$ sont égales. Je démontre que, si $\Phi(z)$ et $\Psi(z)$ sont permutables et indépendantes, il existe une fonction méromorphe $f(z)$ simplement ou doublement périodique, et des nombres m, n, a et b, tels que

$$f(mz+a)=\Phi[f(z)], \qquad f(nz+b)=\Psi[f(z)].$$

Les choix possibles de $f(z)$ sont les fonctions linéaires de e^z, $\cos z$, $\wp(z)$; dans le cas lemniscatique ($g_3=0$), $\wp^2(z)$; dans le cas équianharmonique ($g_2=0$), $\wp'(z)$ et $\wp^3(z)$.

Les polynomes permutables et dépendants sont donnés (à des fonctions linéaires près) par les formules

$$\Phi(z)=\varepsilon^p\,G_m(z), \qquad \Psi(z)=\varepsilon^q\,G_n(z),$$

où $G_i(z)$ est l'itérée $i^{\text{ième}}$ d'un polynome

$$G(z)=zg(z^r),$$

$g(z)$ étant un polynome quelconque. De plus, $\varepsilon^r=1$.

Quant aux fractions permutables et dépendantes, elles s'obtiennent toutes en partant des fonctions de la forme $zR(z^r)$, par un procédé facile à décrire, mais qui laisse quelque chose à désirer relativement à la forme des résultats. Il y a des fonctions permutables de cette espèce qui ne viennent ni des formules de multiplication des fonctions périodiques, ni de l'itération d'une fonction.

---

[1] *Prime and composite polynomials* (*Transactions of the American Mathematical Society*, 1922).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Une méthode spéciale d'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre.* Note de M. G. V. **Pfeiffer**, présentée par M. Appell.

Dans l'intégration des équations différentielles ordinaires, on connaît des cas où l'intégration de l'équation ou du système d'équations dépend de la recherche d'une solution particulière d'une autre équation, d'un autre système d'équations, par exemple : l'intégration d'une équation du premier ordre et du premier degré est liée à la recherche d'un facteur intégrant d'Euler, présentant une solution particulière d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre.

Dans la plupart des cas, les équations, les systèmes d'équations donnés sont plus simples que les équations, les systèmes d'équations dont il est nécessaire de trouver les solutions particulières.

Un cas pareil se présente dans l'intégration des équations et des systèmes d'équations aux dérivées partielles du premier ordre; il constitue le fond de « la méthode spéciale d'intégration... », établie par nous. L'intégration des équations et des systèmes d'équations aux dérivées partielles du premier ordre, possédant l'intégrale de Lie, est liée avec la recherche de la solution particulière d'un système d'équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre à plusieurs fonctions inconnues.

Cette question est déjà plus compliquée.

Le cas d'une fonction inconnue est le plus intéressant.

Pour les équations ou les systèmes d'équations aux dérivées partielles du premier ordre, ne possédant pas les intégrales de Lie, « la méthode spéciale d'intégration... » lorsque $n > 2$ se réduit à la méthode de Lagrange et Charpit généralisée; lorsque $n = 2$, il se réduit à la méthode de Lagrange et Charpit.

L'intégration des équations et des systèmes d'équations possédant l'intégrale de Lie admet la séparation des variables d'Imchenetsky.

« La méthode spéciale d'intégration... » apporte un certain ordre à l'application de la séparation des variables aux équations ou systèmes d'équations mentionnés. En même temps il devient clair que l'intégration des équations ou des systèmes d'équations, possédant les intégrales de Lie, par la séparation des variables, d'après « la méthode spéciale d'intégration... », mène à l'intégration d'un système d'équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre.

« La méthode spéciale d'intégration... » a éclairci le point vague, mentionné par Mansion, de l'affirmation de Lie, que l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre de toutes les classes, sauf celles de la classe zéro, est équivalente à l'intégration de l'équation linéaire.

L'idée de « la méthode spéciale d'intégration... » s'est trouvée très féconde. Étant appliquée au système des équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre, elle a donné un moyen d'intégration très général et commode pour la pratique. Ce moyen permet de profiter de toute la largeur des combinaisons possibles de l'intégration.

« La méthode spéciale d'intégration... » nous a conduit aussi à un procédé d'intégration commode à la pratique, dans le domaine des systèmes jacobiens généralisés d'équations aux dérivées partielles du premier ordre.

Les variétés des dimensions supérieures dans beaucoup de cas peuvent être formées par un système de variétés linéaires de dimension moins élevée. Il arrive souvent qu'au lieu d'un, il y a plusieurs systèmes de variétés linéaires de dimension moindre, qui forment une variété de dimension supérieure.

Si nous regardons la variété dans l'espace

$$p_1, \quad p_2, \quad \ldots, \quad p_n$$

avec les coefficients qui sont fonctions de

$$z, \quad x_1, \quad x_2, \quad \ldots, \quad x_n,$$

alors comme on voit par l'exemple

$$\frac{p_1^2}{a^2} - \frac{p_1^2}{b^2} = 2cp_3,$$

$$\mathrm{K} = 0, \qquad \mathrm{L} + \mathrm{M} = 0, \qquad \mathrm{L} - \mathrm{M} \neq 0, \qquad \mathrm{N} = 0,$$

où

$$\mathrm{K} \equiv \left(\frac{1}{b}\frac{\partial^2 a}{\partial x_2^2} - \frac{1}{a}\frac{\partial^2 b}{\partial x_1^2}\right) + \frac{1}{2c}\left(\frac{a}{b}\frac{\partial^2 c}{\partial x_2^2} - \frac{b}{a}\frac{\partial^2 c}{\partial x_1^2}\right) + \left(\frac{1}{a^2}\frac{\partial a}{\partial x_1}\frac{\partial b}{\partial x_2} - \frac{1}{b^2}\frac{\partial a}{\partial x_2}\frac{\partial b}{\partial x_2}\right)$$
$$+ \frac{1}{2c^2}\left[\frac{1}{a^2}\left(bc\frac{\partial a}{\partial x_1} + ab\frac{\partial c}{\partial x_1} - ac\frac{\partial b}{\partial x_1}\right)\right.$$
$$\left. - \frac{1}{b^2}\left(ac\frac{\partial b}{\partial x_2} + ab\frac{\partial c}{\partial x_2} + bc\frac{\partial a}{\partial x_2}\right)\frac{\partial c}{\partial x_2}\right],$$

$$\mathrm{L} \equiv \frac{\partial^2 a}{\partial x_2\,\partial x_3} + \frac{a}{2c}\frac{\partial^2 c}{\partial x_2\,\partial x_3} + \frac{1}{2bc}\frac{\partial c}{\partial x_2}\left(b\frac{\partial a}{\partial x_3} - a\frac{\partial b}{\partial x_3}\right) - \frac{a}{2c^2}\frac{\partial c}{\partial x_2}\frac{\partial c}{\partial x_3} - \frac{1}{b}\frac{\partial a}{\partial x_2}\frac{\partial b}{\partial x_3},$$

$$\mathrm{M} \equiv \frac{\partial^2 b}{\partial x_1\,\partial x_3} + \frac{b}{2c}\frac{\partial^2 c}{\partial x_1\,\partial x_3} + \frac{1}{2ac}\frac{\partial c}{\partial x_1}\left(b\frac{\partial a}{\partial x_3} - a\frac{\partial b}{\partial x_3} - \frac{b}{2c^2}\frac{\partial c}{\partial x_1}\frac{\partial c}{\partial x_3} - \frac{1}{a}\frac{\partial b}{\partial x_1}\frac{\partial a}{\partial x_3}\right),$$

$$\mathrm{N} \equiv \left(b\frac{\partial^2 a}{\partial x_3^2} - a\frac{\partial^2 b}{\partial x_3^2}\right) + \frac{1}{c}\left(b\frac{\partial a}{\partial x_3} - a\frac{\partial b}{\partial x_3}\right)\frac{\partial c}{\partial x_3};$$

l'existence de l'intégrale de Lie pour une des variétés linéaires formant la variété donnée, en général, n'amène pas l'existence de l'intégrale de Lie pour les autres variétés linéaires, formant la même variété.

Remarque sur la Note précédente.

M. **Appell** fait remarquer que M. Saltykow vient d'exposer, sur le même sujet, une théorie complète dans ses conférences en Belgique.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le calcul effectif d'une fonction quasi analytique dont on donne les dérivées en un point.* Note [1] de M. **Torsten Carleman**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n$ une suite de nombres positifs croissants. Nous dirons qu'une fonction $f(x)$ indéfiniment dérivable dans l'intervalle $(0, a)$ appartient à la classe C_α associée à cette suite s'il existe un nombre k tel qu'on ait

$$|f^{(\nu)}(x)| < k\alpha_\nu^\nu \qquad (\nu = 0, 1, 2, \ldots).$$

Il suit de cette définition que les fonctions $f_1 + f_2, f_1 f_2, \int f\,dx$ appartiennent à C_α si f_1, f_2, f sont des fonctions de C_α. Il en est de même de la dérivée f' si $\frac{\alpha_{n+1}}{\alpha_n}$ est une quantité bornée.

Si $\sum \frac{1}{\alpha_\nu}$ diverge, on sait, d'après un théorème de M. Denjoy [2] que chaque fonction $f(x)$ de la classe C_α est complètement déterminée par la connaissance des valeurs de $f(x)$ et de toutes ses dérivées en $x = 0$.

Écrivons

$$f^{(\nu)}(0) = C_\nu \qquad (\nu = 0, 1, \ldots).$$

Connaissant la suite C_ν, on peut calculer $f(x)$ de la manière suivante :

Soit $\beta_1 \beta_2 \ldots \beta_n$ une suite de nombres positifs croissants telle que $\sum_\nu \frac{1}{\beta_\nu}$ diverge plus lentement que $\sum \frac{1}{\alpha_\nu}$. Prenons, pour fixer les idées, $\beta_\nu = \alpha_\nu \sum_{q=1}^{\nu} \frac{1}{\alpha_q}$.

Cherchons le minimum J_n de l'expression

$$(1) \qquad \sum_{\nu=0}^{n} \frac{1}{\beta_\nu^{2\nu}} \int_0^1 [f^{(\nu)}(x)]^2\,dx,$$

[1] Séance du 3 janvier 1923.

[2] *Comptes rendus*, t. 173, 1921 p. 1329.

$f(x)$ étant assujettie aux conditions

(2) $$f^{(\nu)}(0) = C_\nu \qquad (\nu = 0, 1, \ldots, n-1),$$

on trouve que ce minimum est atteint par une fonction $f_n(x) = \sum_{p=0}^{n-1} f_{n,p}(x) C_p$ qui dépend linéairement des $C_\nu (\nu = 0, \ldots, n-1)$ et qui satisfait aux conditions (2). On démontre : S'il existe une fonction quasi analytique $F(x)$ de la classe C_α dans (0, 1) ayant ses dérivées égales à C_ν en $x = 0$, il faut que $\lim_{n=\infty} f_n(x)$ existe et que l'on ait

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = F(x).$$

Il est facile d'en déduire le résultat suivant : il existe des constantes $a_\nu^{(n)}$ ne dépendant que de la suite $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \ldots$ telles que chaque fonction quasi analytique de la classe C_α admette dans tout son domaine d'existence la représentation

$$F(x) = \lim_{n=\infty} \sum_{\nu=0}^{n} a_\nu^{(n)} \frac{F_\nu(0)}{\nu!} x^\nu.$$

En poursuivant cette méthode, j'ai démontré que l'on peut déterminer une suite de nombres entiers $n_1, n_2, \ldots, n_\nu, \ldots$ (ne dépendant que des $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \ldots$) telle qu'il n'existe pas de fonction quasi analytique $F(x)$ de la classe C_α qui a, pour $x = 0$, les dérivées

$$F^{(p)}(0) = 0 \quad \text{pour} \quad p \neq n_\nu, \qquad F^{(p)}(0) = C_{n_\nu} \quad \text{pour} \quad p = n_\nu,$$

les quantités C_{n_ν} étant assujetties à la condition

$$\lim_{\nu=\infty} \sqrt[n_\nu]{\frac{|C_{n_\nu}|}{n!}} = \infty.$$

On doit à M. Hadamard le théorème suivant :

« La série de puissances

$$\sum a_\nu x^{n_\nu}$$

ne peut pas être prolongée analytiquement au delà du cercle de convergence si $\lim_{\nu=\infty} (n_{\nu+1} - n_\nu) = \infty$. »

On démontre qu'il n'y a pas non plus de prolongement quasi-analytique d'une classe donnée C si la croissance de la suite $n_1, n_2, \ldots, n_\nu, \ldots$ est suffisamment rapide.

Remarques sur la Note précédente de M. Torsten Carleman, par M. **Emile Borel** [1].

Les beaux résultats obtenus par M. Torsten Carleman apportent une contribution essentielle à la théorie générale des séries divergentes. Ils fournissent, en effet, une méthode de sommation régulière pour une catégorie étendue de séries de Taylor à rayon de convergence nul. Lorsqu'une telle série se déduit d'une série de fractions rationnelles dont les numérateurs vérifient des inégalités convenables, on possédait déjà une méthode de sommation valable sur une infinité de rayons pouvant former un ensemble dense; la méthode de M. Carleman est valable dans des cas plus généraux, au moins en apparence : il serait fort intéressant de donner un exemple effectif de cas où les fonctions de M. Carleman ne se ramènent pas à des séries de fractions rationnelles.

On pouvait se douter que, dans le cas du rayon de convergence nul comme dans le cas du rayon de convergence fini, le cas où le prolongement est impossible doit être regardé comme le plus général; mais cet énoncé un peu vague était difficile à préciser : le remarquable théorème de M. Carleman sur les séries à lacunes constitue un progrès très important vers cette précision.

Si l'on exclut les séries pour lesquelles tout prolongement est impossible, on peut se demander si l'on devra regarder comme le cas le plus général le prolongement dans une direction unique ou dans une infinité de directions denses (au moins dans certains angles). Cette question, *a priori*, n'a pas nécessairement un sens; en cherchant à lui en donner un, on serait conduit à approfondir la liaison entre les travaux de M. Carleman dans le domaine réel et la théorie des fonctions monogènes non analytiques de variable complexe.

On voit que la Note de M. Carleman, en même temps qu'elle résout des questions importantes posées depuis longtemps, suggère de nombreux problèmes non moins intéressants : c'est là la marque des plus éminentes qualités de l'analyste.

---

(1) Séance du 3 janvier 1923.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les suites transfinies de nombres réels.* Note de M. **Paul Dienes**, présentée par M. Émile Borel.

1. Nous dirons qu'une suite est transfinie si elle contient une section du type ω des entiers positifs. En particulier, nous dirons qu'une suite transfinie S est *transdénombrable* si l'ensemble des termes n'est pas dénombrable, mais si chaque terme de la suite est précédé par une suite dénombrable de termes. L'intervalle (A, B) sera dit *cofinal* avec la suite S si, après n'importe quel terme de la suite S, il y a un terme situé dans l'intervalle (A, B). Si les intervalles $(C - \varepsilon, C + \varepsilon)$ pour ε quelconque sont cofinaux avec la suite envisagée, le point C sera appelé un point limite final de la suite. L'ensemble des points limites finaux sera dit l'ensemble limite final.

Théorème I. — *Une suite monotone de nombres réels différents est dénombrable.*

Supposons-la croissante. Si la suite est bornée, il n'y a qu'un nombre *fini*, k, de termes tels que $a_{i+1} - a_i > \varepsilon$, car la suite contient des termes supérieurs à $a_1 + k\varepsilon$. Si la suite n'est pas bornée, le nombre des termes entre deux entiers consécutifs est fini, ce qui démontre le théorème.

Application. — Quand on passe d'un ensemble dérivé $D^k E$ de l'ensemble E au dérivé $D^{k+1} E$, on écarte les points *isolés* de $D^k E$. Prenons un intervalle I_k, qui contient un point isolé de $D^k E$ et non pas de points de $D^{k+1} E$ et formons la somme ΣI_k. D'après le théorème I, il n'y a qu'un nombre dénombrable de I_k différents de zéro ce qui démontre le résultat classique qu'après un indice dénombrable, $D^k E$ est vide ou parfait.

2. Théorème II. — *Si une suite est cofinale avec l'intervalle* (A, B), *elle a un point limite final situé dans* (A, B).

En effet, d'après l'hypothèse, l'un au moins des intervalles $\left(A, A + \frac{B-A}{2}\right)$ et $\left(A + \frac{B-A}{2}, B\right)$ est cofinal avec la suite envisagée. En continuant la division, le procédé habituel déterminera un nombre C de l'intervalle (A, B) tel que chaque voisinage $(C - \varepsilon, C + \varepsilon)$ est cofinal avec la suite, ce qui montre que C est un point limite final.

Corollaire. — *Si une suite transdénombrable n'a aucun point limite final (non infini), elle est dénombrable.*

En effet, les termes de la suite situés entre deux entiers consécutifs forment un ensemble dénombrable, car dans le cas contraire la suite aurait un point limite final entre ces deux entiers.

Théorème III. — *Si une suite transdénombrable* A_n *a un seul point limite final* A, *il y a un indice dénombrable* N *tel que* $A_n = A$ *pour tous les indices n supérieurs à* N.

Considérons, en effet, la suite

$$\frac{1}{A - A_n}$$

en omettant les termes A_n égaux à A. La suite n'a aucun point limite final (non infini) de sorte que, d'après le corollaire, elle est dénombrable; ce qui prouve le théorème. Ce résultat met en évidence une propriété remarquable des suites transfinies. Elles ne peuvent converger, en effet, vers un nombre unique sinon par la répétition indéfinie du même nombre.

3. Théorème IV. — *L'ensemble limite final* L *d'une suite transfinie est fermé.*

Soit A_i une suite des points limites finaux tendant vers A. Nous avons à prouver que la suite est cofinale avec l'intervalle $(A - \eta, A + \eta)$ pour η quelconque. Mais la suite est cofinale avec les intervalles $(A_i - \varepsilon_i, A_i + \varepsilon_i)$ pour n'importe quelle suite ε_i. Nous pouvons donc supposer que, pour $i > n$, $\varepsilon_i + |A - A_i| < \eta$. De cette façon, l'intervalle $(A - \eta, A + \eta)$ contient à son intérieur les intervalles $(A_i - \varepsilon_i, A_i + \varepsilon_i)$ si $i > n$. Ce qui démontre la proposition.

Théorème V. — *Un point isolé* B *de* L *est répété cofinalement dans la suite, c'est-à-dire il y a après n'importe quel terme des termes* $A_n = B$.

Soient en effet, A et C les nombres les plus proches de L respectivement à gauche et à droite de B. (Ces deux nombres existent nécessairement car L est fermé.) Par hypothèse, aucun des points intérieurs des intervalles (A, B) et (B, C) n'est cofinal avec la suite envisagée. Par suite, si B n'était pas répété cofinalement, il y aurait un indice N_i tel que $(A + \varepsilon_i, B - \varepsilon_i)$ et $(B + \varepsilon_i, C - \varepsilon_i)$ $(i = 1, 2, \ldots, \omega)$ ne contiennent pas de termes A_n avec $n > N_i$. Il en résulte l'existence d'un indice N tel que la suite n'a pas de termes d'indice supérieur à N dans les intervalles (A, B) et (B, C). Par conséquent, si B n'était pas répété cofinalement, B ne pourrait pas être un point limite final.

4. Considérons maintenant le cas particulier où, après un terme suffisamment éloigné, toutes les suites partielles du type ω ont une limite (l'ordre des termes étant conservé). Une telle suite sera appelée *régulière*.

Théorème VI. — *Toute suite régulière a une limite finale.*

Supposons, en effet, qu'il y ait deux points limites A et B et prenons ε et η

tels que $\varepsilon + \eta < |A - B|$. Par hypothèse, la suite est cofinale avec les intervalles $(A - \varepsilon, A + \varepsilon)$ et $(B - \eta, B + \eta)$. Soit N un indice arbitrairement donné et considérons les sections A_ε et B_η de la suite $A_{N+1}, \ldots$ ne contenant respectivement que des points des intervalles $(A - \varepsilon, A + \varepsilon)$, $(B - \eta, B + \eta)$. Soient A_k et B_k les premiers termes des $k^{\text{ièmes}}$ sections A_ε et B_η. La suite $A_1, B_1, A_2, B_2, \ldots$ de type ω n'a pas de limite, c'est-à-dire la suite envisagée n'est pas régulière. Ce qui prouve la proposition.

Il en résulte en particulier qu'*une suite régulière transdénombrable est une suite dénombrable suivie par la répétition indéfinie du même nombre.*

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les ensembles mesurables.* Note de M. **Tadé Wazewski**, présentée par M. Émile Borel.

M. Borel a introduit la notion des ensembles limites restreint et complet d'une suite infinie d'ensembles mesurables (¹).

Voici leurs définitions :

$$\overline{\lim}\, F_\nu = (F_1 + F_2 + \ldots)(F_2 + F_3 + \ldots)(F_3 + F_4 + \ldots)\ldots,$$
$$\underline{\lim}\, F_\nu = F_1 F_2 F_3 \ldots + F_2 F_3 \ldots + F_3 F_4 \ldots + \ldots.$$

Bornons-nous aux sous-ensembles mesurables du segment (o, 1).

On a le théorème :

I. « De toute classe $\{F\}$ non dénombrable d'ensembles mesurables, on peut choisir une suite pour laquelle

$$\underline{\lim}\, F_\nu \,\text{„}\!=\!\text{"}\, \overline{\lim}\, F_\nu,$$

où „" signifie que l'égalité a lieu à l'ensemble de mesure nulle près. »

M. Nikodym (²) a remarqué que la fonction

$$\rho(F_1, F_2) = \text{mesure}\,[(F_1 - F_2) + (F_2 - F_1)]$$

jouit des propriétés (α), (β), (γ), (P) :

(α) $\rho(F_1, F_2) = 0$ équivaut à $F_1 \,\text{„}\!=\!\text{"}\, F_2$,

(β) $\rho(F_1, F_2) = \rho(F_2, F_1)$,

(γ) $\rho(F_1, F_2) + \rho(F_2, F_3) \geqq \rho(F_1, F_3)$.

(P). Comme on le sait, cet « espace » fréchétien a une sous-classe dénom-

(¹) De la Vallée-Poussin, *Intégrales de Lebesgue*, p. 9.

(²) Cette remarque n'a pas été publiée.

brable dense sur lui (par exemple la classe des segments aux extrémités rationnelles et de leurs sommes finies).

On peut démontrer les théorèmes (paraissant être nouveaux) suivants :

II. La condition nécessaire et suffisante qu'il existe F, tel que

$$\lim \rho(F_\nu, F) = 0,$$

est qu'à tout $\varepsilon > 0$ corresponde un nombre N naturel, tel que

$$\rho(F_N, F_{N+u}) \leqq \varepsilon \qquad (u = 1, 2, \ldots).$$

(Condition de convergence de Cauchy.)

III. Dans toute classe non dénombrable on peut choisir une suite convergente au sens précédent.

C'est une conséquence de (P) et II.

IV. Si $\lim \rho(F_\nu, F) = 0$, alors il existe une suite particulière $F_{\alpha_1}, F_{\alpha_2}, \ldots$ pour laquelle

$$\text{“}\overline{\lim} F_{\alpha_\nu}\text{”} = \text{“}\underline{\lim} F_{\alpha_\nu}\text{”} = F.$$

De III et IV résulte I.

L'hypothèse que la classe $\{F\}$ intervenant dans I et III est non dénombrable est essentielle. Il suffit par exemple de poser $\{F\} = \{F_\nu\}$, où F_ν est la somme des intervalles pairs de la division du segment (0, 1) en 2ν segments égaux, pour que I et III se trouvent en défaut.

La généralisation à l'espace à n dimensions est immédiate.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Sur les courbes définies par des suites récurrentes.* Note [1] de M. G. **Bratu**, présentée par M. Appell.

1. Dans une Note antérieure [2], je me suis occupé d'une classe de courbes qui, par leurs ordonnées équidistantes, donnent des suites satisfaisant à une même relation de récurrence. Ce sont les courbes polynomiales

$$(1) \qquad y = P(x) = A_0 x^p + A_1 x^{p-1} + \ldots + A_p$$

qui, pour $x = x_0, x_0 + h, x_0 + 2h, \ldots, x_0 + nh, \ldots$, définissent des *suites polynomiales* d'ordre p

$$(2) \qquad u_0, \quad u_1, \quad u_2, \quad \ldots, \quad u_n, \quad \ldots$$

satisfaisant à la relation de récurrence $\Delta^{p+1} u_n = 0$.

---

(1) Séance du 3 janvier 1923.

(2) *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 562.

Toutes ces suites sont des solutions du problème de M. Pompeiu et parmi elles, pour $p=1$ et $p=2$, on trouve les *progressions arithmétiques* et les *suites paraboliques*.

2. Ces considérations m'ont conduit à des formules, aussi simples que générales, pour l'interpolation et pour le calcul de la somme des n termes quelconques de la suite.

Une suite polynomiale d'ordre p peut être déterminée par $p+1$ termes *quelconques* $u_\alpha, u_\beta, \ldots, u_\lambda$ et leurs rangs. Le terme général u_n est donné, dans ce cas, par la formule

$$(3)\qquad \begin{vmatrix} u_\alpha & \alpha^p & \alpha^{p-1} & \ldots & \alpha & 1 \\ u_\beta & \beta^p & \beta^{p-1} & \ldots & \beta & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ u_\lambda & \lambda^p & \lambda^{p-1} & \ldots & \lambda & 1 \\ u_n & n^p & n^{p-1} & \ldots & n & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

On en déduit immédiatement la formule qui donne la somme S_n des n termes quelconques de la suite (2). C'est la formule (3), où l'on doit remplacer la dernière ligne du déterminant par

$$S_n \quad \sum r_i^p \quad \sum r_i^{p-1} \quad \ldots \quad \sum r_i \quad n+1$$

$r_0, r_1, r_2, \ldots, r_n$ désignant *les rangs* des termes dont la somme est S_n et

$$\sum r_i^k = r_0^k + r_1^k + \ldots + r_n^k.$$

Pour avoir le terme général u_n à l'aide des $p+1$ premiers termes, il suffit de prendre, pour $\alpha, \beta, \ldots, \lambda$, la suite $0, 1, 2, \ldots, p$. De même, pour avoir la somme S_n des $n+1$ premiers termes de la suite (2), il suffit de prendre, pour $r_0, r_1, r_2, \ldots, r_n$, les nombres $0, 1, 2, \ldots, n$.

En développant le déterminant (3), on trouve

$$u_n = \sum \frac{(n-\beta)(n-\gamma)\ldots(n-\lambda)}{(\alpha-\beta)(\alpha-\gamma)\ldots(\alpha-\lambda)} u_\alpha,$$

où, pour obtenir tous les termes de la somme, on doit permuter circulairement les lettres $\alpha, \beta, \ldots, \lambda$. Nous retrouvons ainsi *la formule d'interpolation de Lagrange*.

Le problème d'insérer des moyens polynomiaux d'ordre p, entre deux nombres donnés, est indéterminé. Mais si l'on donne $p+1$ nombres $a, b, c, \ldots, k, l$ et si l'on veut insérer des moyens polynomiaux d'ordre p : μ entre a et b, ν entre b et c, $\ldots$, σ entre k et l, le problème est déterminé et résolu

par la formule (3), où l'on doit faire

$$u_\alpha = a, \quad u_\beta = b, \quad \ldots, \quad u_\lambda = l,$$
$$\alpha = 0, \quad \beta = \mu + 1, \quad \gamma = \mu + \nu + 2, \quad \ldots, \quad \lambda = \mu + \nu + \ldots + \sigma + p.$$

3. *Généralisation des progressions géométriques.* — Étant donnée la suite

$$(4) \qquad u_0, \quad u_1, \quad u_2, \quad \ldots, \quad u_n, \quad \ldots,$$

on peut former les quotients de différents ordres

$$Q u_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}, \qquad Q^2 u_n = \frac{Q u_{n+1}}{Q u_n}, \qquad \ldots, \qquad Q^{p+1} u_n = \frac{Q^p u_{n+1}}{Q^p u_n}.$$

Si $Q u_n = \text{const.}$, ou si $Q^2 u_n = 1$, quel que soit n, la suite (4) est une progression géométrique. En général, si $Q^{p+1} u_n$ est le premier quotient égal à *un* quel que soit n, nous dirons que la suite (4) est une progression géométrique généralisée d'ordre p.

En prenant les logarithmes naturels de ses termes

$$(5) \qquad v_0 = \log u_0, \quad v_1 = \log u_1, \quad \ldots, \quad v_n = \log u_n, \quad \ldots,$$

si Δ^p désigne la différence d'ordre p, on trouve, en général,

$$\log Q^p u_n = \Delta^p v_n.$$

Donc si la suite (5) est une suite polynomiale d'ordre p, on a, pour la suite (4), $Q^{p+1} u_n = 1$, c'est-à-dire

$$u_{n+p-1} (u_{n+p-1})^{\binom{p+1}{2}} (u_{n+p-3})^{\binom{p+1}{4}} \ldots = (u_{n+p})^{\binom{p+1}{1}} (u_{n+p+2})^{\binom{p+1}{3}} \ldots,$$

où $\binom{p+1}{k} = C_{p+1}^k$ avec $k \leqq p + 1$.

Si les points $P_n(x_0 + nh, v_n)$ se trouvent sur la courbe polynomiale $y = P(x)$ de degré p, les points $M_n(x_0 + nh, u_n)$ sont situés sur la courbe exponentielle d'ordre p : $y = e^{P(x)}$.

En général, les courbes $u = a^{P(x)}$, $v = b^u$, $w = c^v$, ... définissent par leurs ordonnées équidistantes des suites récurrentes satisfaisant toutes aux conditions de M. Pompeiu; ce sont *les suites exponentielles*, *biexponentielles*, ..., *polyexponentielles* d'ordre p.

4. *Suites hyperboliques.* — Soit $y_n = \frac{1}{z_n}$. Si la suite des y_n est rectiligne, on a

$$y_{n+2} - 2 y_{n+1} + y_n = 0,$$

ce qui donne pour les z_n la relation de récurrence

$$\frac{1}{z_{n+2}} - \frac{2}{z_{n+1}} + \frac{1}{z_n} = 0.$$

Donc z_{n+1} est la moyenne harmonique entre z_n et z_{n+2}.

Si les points $(x_0 + nh, y_n)$ se trouvent sur la droite $y = Ax + B$, les points $(x_0 + nh, z_n)$ sont situés sur l'hyperbole

$$z = \frac{1}{Ax + B}.$$

La suite des z_n est une *suite hyperbolique*.

En général, si les y_n forment une suite polynomiale d'ordre p définie par la courbe $y = P(x)$, les z_n forment une suite hyperbolique d'ordre p définie par des ordonnées équidistantes de l'hyperbole généralisée

$$y = \frac{1}{P(x)}.$$

Chacune de ces suites récurrentes, ainsi que leurs suites interpolées, définissent, par des ordonnées équidistantes, une même courbe plane C. Elles sont donc toutes des solutions du problème de M. Pompeiu.

GÉOMÉTRIE. — *Quelques propriétés des réseaux cubiques tracés sur une sphère.* Note de M. J. **Chuard**, présentée par M. Hadamard.

Nous envisageons, dans ce qui suit, une carte composée de pays simplement connexes, sur une sphère, et nous imaginons que l'ensemble des frontières des pays constitue un réseau homogène de degré 3, soit un réseau cubique.

Le segment de ligne frontière à deux pays contigus est une arête. Les extrémités d'une arête sont des sommets.

Le réseau cubique considéré ne comprend pas d'isthme. Il est réductible (théorème de Petersen) en deux autres réseaux homogènes, l'un quadratique et l'autre linéaire. Chacun de ces derniers emprunte tous les sommets de la carte.

Soient α_0, α_1, α_2 les nombres respectifs des sommets, arêtes et pays. On a les égalités

$$\alpha_1 - \alpha_0 = \frac{\alpha_0}{2} = \frac{\alpha_1}{3} = \alpha_2 - 2.$$

Le nombre des réductions du réseau initial n'est en général pas connu. Nous nous proposons tout d'abord d'indiquer un moyen d'obtenir toutes ces réductions.

Utilisons pour cela la méthode de M. Veblen [1], laquelle consiste à établir, en correspondance avec la carte, deux matrices : les matrices A et B. Désignons les sommets par les symboles a_i^0 $(i = 1, 2, \ldots, \alpha_0)$, les arêtes par $a_j^1 (j = 1, 2, \ldots, \alpha_1)$ et les pays par $a_k^2 (k = 1, 2, \ldots, \alpha_2)$.

Les lignes de la matrice A correspondent aux sommets, ses colonnes aux arêtes de la carte. Ses nombres ε_{ij}^1 sont 0 ou 1. ε_{ij}^1 a pour valeur 1 si le sommet a_i^0 est à l'une des extrémités de l'arête a_j^1; il est nul dans tous les autres cas.

Les lignes de la matrice B correspondent aux arêtes, ses colonnes aux pays. Cette matrice contient des nombres ε_{jk}^2. Un ε_{jk}^2 est égal à 1 si l'arête a_j^1 est frontière de la face a_k^2; il est nul dans le cas contraire.

En correspondance avec les lignes de la matrice A, on établit le système d'équations linéaires et homogènes

$$(1) \qquad \sum_{j=1}^{\alpha_1} \varepsilon_{ij}^1 x_j = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, \alpha_0).$$

On résout ce système en faisant l'hypothèse que la valeur des inconnues, de même que celle de leurs coefficients, est toujours un entier réduit selon le module 2. Cette valeur est ainsi soit 0, soit 1.

Or on a les propositions suivantes :

I. *Il existe* $\alpha_1 - \alpha_0 + 1 = \alpha_2 - 1$ *solutions linéairement indépendantes.*

II. *Le nombre total des solutions du système* (1) *est* $2^{\alpha_2 - 1}$.

III. *Chaque colonne de la matrice* B *définit une solution du système* (1).

IV. $\alpha_2 - 1$ *colonnes de la matrice* B *constituent un système fondamental de solutions du système* (1).

V. *A tout contour fermé constitué par des arêtes du réseau, correspond une solution du système* (1).

VI. *A toute solution du système* (1), *correspond un contour fermé ou un ensemble de contours fermés.*

Dans ce dernier cas, puisque le réseau initial est cubique, deux contours fermés constituant une même solution ne se rencontrent pas.

Parmi toutes les solutions du système (1), celles que nous retenons plus

---

(1) O. Veblen, *An application of modular equations in Analysis situs* (*Annals of mathematics*, 1912, p. 86).

spécialement sont celles qui renferment α_0 valeurs différentes de zéro. A chacune d'elles correspond un contour fermé ou un ensemble de contours fermés comprenant α_0 arêtes, et passant, par suite, par les α_0 sommets de la carte. Une telle solution définit un réseau quadratique. Les $\frac{\alpha_0}{2}$ arêtes restantes, celles qui correspondent aux valeurs nulles des inconnues, forment le réseau linéaire. Ainsi :

Le nombre des réductions du réseau cubique considéré est égal à celui des solutions du système (1) *qui renferment* α_0 *valeurs égales à* 1.

Le nombre total des solutions du système (1) étant fini, on a le loisir d'obtenir toutes ces réductions.

En vue de la coloration de la carte à l'aide de quatre couleurs, on peut classer les réseaux quadratiques obtenus plus haut en trois types, suivant qu'ils comprennent :

a. Un contour fermé unique;

b. Deux ou plusieurs contours fermés, chacun d'eux renfermant un nombre pair d'éléments : sommets ou arêtes;

c. Deux ou plusieurs contours fermés parmi lesquels il en est qui renferment un nombre impair d'éléments (ces derniers existent par paire, puisque α_0 est pair).

On a enfin la proposition :

L'existence d'un seul réseau des types a ou b suffit à assurer la coloration de la carte avec quatre couleurs.

GÉOMÉTRIE APPLIQUÉE. — *Sur les mouvements infiniment petits en un point d'un corps élastique admettant un plan de symétrie.* Note (1) de M. **David Wolkowitsch**, présentée par M. d'Ocagne.

En vue de la détermination des efforts et des déformations en tout point d'un corps élastique admettant un plan de symétrie, nous avons établi une théorie purement géométrique, fondée sur la notion de complexe, que nous nous réservons de développer dans un Mémoire spécial. Les principaux résultats auxquels conduit cette théorie peuvent être résumés comme suit :

Tout mouvement, infiniment petit en un point du plan de symétrie P_0, peut se représenter par deux vecteurs rotations; l'un, normal au plan P_0,

(1) Séance du 3 janvier 1923.

représente la *rotation normale*, l'autre, contenu dans ce plan, représente la *rotation tangentielle*.

Ces deux vecteurs se rencontrent pour certaines forces de l'espace; dans ce cas le mouvement peut être représenté par une rotation unique. Nous appelons *monogyres* les lignes d'action de ces forces elles-mêmes.

Les droites monogyres constituent un complexe du second ordre, du type tétraédral, comme on le verra plus loin.

La trace sur le plan P_0, de la rotation normale produite par une force donnée, est, par rapport à une certaine ellipse E du plan, l'antipôle de la projection de la force sur le plan P_0 (Ritter, Marbec); la rotation tangentielle est, par rapport à une deuxième ellipse E′ du plan P_0, l'antipolaire de la trace de la force sur le plan [1]

I. Toute droite du plan P_0 appartient au complexe, ainsi que toute droite normale à ce plan.

II. Les droites monogyres non situées dans le plan P_0 et passant par un point c du plan, sont contenues dans un plan normal au plan P_0 et ayant pour trace l'antipolaire C, par rapport à l'ellipse E, du point d'intersection des deux antipolaires du point c par rapport aux deux ellipses E et E′.

Le point c sera dit le *foyer* de la droite C.

III. Les droites monogyres contenues dans un plan normal au plan P_0, passent par un point c, foyer de la trace C du plan normal, et qui est, par rapport à l'ellipse E′, l'antipôle de la droite qui joint les deux antipôles de la droite C par rapport aux deux ellipses E et E′.

IV. Si la droite C tourne autour d'un point fixe D, son foyer c décrit une conique, et les droites dont les foyers sont sur une droite enveloppent une conique.

V. Les droites monogyres qui passent par un point de l'espace sont sur un cône du second degré. Les cônes du complexe relatifs aux points d'une normale au plan P_0 ont une base commune sur ce plan.

Les forces monogyres contenues dans un plan enveloppent une conique. Les coniques du complexe relatives aux plans qui ont une trace commune sur le plan P_0 sont situées sur un même cylindre du second degré normal à ce plan.

VI. *Points singuliers :* Le point à l'infini p_0 sur la normale au plan P_0 est un point singulier. Les trois antipôles doubles P_1, P_2, P_3 relatifs aux deux ellipses E et E′ (points ayant les mêmes antipolaires par

[1] Voir une Note de l'auteur dans la *Technique moderne*, septembre 1922.

rapport aux coniques) sont également trois points singuliers. Toute droite de l'espace passant par l'un de ces points fait partie du complexe qui est par suite tétraédral, le tétraèdre fondamental étant ici un prisme normal au plan P_0.

Plans singuliers : Les plans P_1, P_2, P_3 normaux au plan P_0 et ayant pour traces les droites $p_2 p_3$, $p_3 p_1$, $p_1 p_2$ sont des plans singuliers; toute droite contenue dans ces plans est monogyre.

A toute force passant par le point p_1, par exemple, correspond une rotation unique contenue dans le plan P_1.

Dans chaque plan singulier P_1, il existe deux ellipses jouissant des mêmes propriétés que les ellipses E et E', et anticonjuguées par rapport au triangle $p_2 p_3 p_0$. L'un des plans singuliers peut être substitué au plan P_0 pour l'étude des mouvements élastiques au point B.

VII. Les rotations correspondant aux forces monogyres passant par un point S de l'espace constituent une semi-quadrique (*hyperboloïde adjoint au point* S).

Les hyperboloïdes adjoints à tous les points de l'espace sont inscrits dans le prisme fondamental.

De même il existe un hyperboloïde adjoint à tout plan de l'espace, et les hyperboloïdes adjoints à tous les plans de l'espace sont circonscrits au prisme fondamental.

VIII. Si l'on se donne une rotation quelconque dans l'espace, on trouve que, pour la produire, il faut en général deux forces. Quand ce système de deux forces admet une résultante unique, la rotation ou l'axe qui la porte est dit *monodyne*.

Les droites monodynes forment un complexe du second ordre admettant le même prisme fondamental que le complexe des droites monogyres.

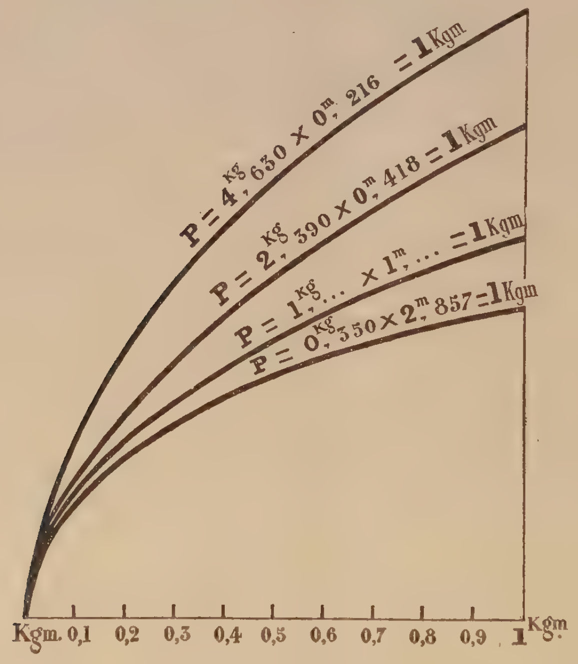
Les deux complexes résultent l'un de l'autre par une transformation homographique.

La semi-quadrique des forces correspondant aux droites monodynes passant par un point de l'espace est située sur l'hyperboloïde adjoint au même point défini précédemment; les forces et les rotations sont les génératrices des deux systèmes de cet hyperboloïde.

MÉCANIQUE. — *Influence de la vitesse d'impact dans le tarage des ressorts dynamométriques.* Note de M. **Charles Frémont**, présentée par M. L. Lecornu.

Pour mesurer l'intensité d'un choc on emploie les crushers métalliques ou les ressorts dynamométriques.

La déformation du crusher et la flexion du ressort sont influencées par la vitesse d'impact; il faut donc tarer les crushers et les ressorts par des chocs



Graphique du tarage d'un ressort dynamométrique sous des chocs de même intensité produits par des marteaux de poids différents.
En abscisses : l'intensité du choc de 0,1 à 1^{kgm}; en ordonnées : la flèche correspondante (amplifiée).

dont la vitesse d'impact diffère peu de celle des chocs qu'ils auront à mesurer.

Pour me renseigner sur l'ordre de grandeur des écarts possibles, au moins dans certains cas, j'ai effectué des essais de tarage d'un même ressort (1) subissant des chocs d'une même intensité, mais produits par des

(1) Ce ressort à boudin a les caractéristiques suivantes : acier carré de 14^{mm}; diamètre extérieur de 58^{mm}; nombre de spires 15,5; hauteur totale 300^{mm}; poids $3^{kg},160$. En service ce ressort mesure des chocs allant jusqu'à 30^{kgm}.

marteaux de poids différents et tombant de hauteurs différentes mais telles que la quantité de travail produite soit la même dans tous ces essais.

J'ai employé successivement quatre marteaux pesant respectivement : $0^{kg},350$; 1^{kg}; $2^{kg},390$ et $4^{kg},630$; tombant, le premier, d'une hauteur de $2^{m},857$; le second de 1^{m}; le troisième de $0^{m},418$ et le quatrième de $0^{m},216$; de telle façon que l'intensité des chocs produits fût toujours de 1^{kgm}.

Pour construire le graphique des résultats, d'autres essais intermédiaires ont été effectués avec les mêmes marteaux, mais tombant de hauteurs calculées pour produire des chocs d'intensité croissant de $0^{kgm},1$ à 1^{kgm}.

De ces expériences il résulte que, *plus la vitesse d'impact est faible, plus la flèche d'affaissement du ressort est grande.*

Il n'y a pas lieu de tenir compte de la différence des poids, la flèche statique étant seulement de $\frac{1}{10}$ de millimètre pour le poids maximum.

On voit sur la figure que, pour l'intensité de 1^{kgm}, la flèche du ressort employé a, suivant la vitesse d'impact, varié du *simple au double*. (Pour 1^{kgm} elle a varié de 6^{mm} à 12^{mm}.)

La cause de cette anomalie est due à un phénomène d'inertie : le choc ne fait pas fléchir le ressort également dans toutes ses parties; les premiers éléments choqués fléchissent plus et les suivants de moins en moins.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le troisième trimestre de* 1922. Note de M. **J. Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Les observations dans ce trimestre [1] se répartissent sur 86 jours, et voici les principaux faits qu'on en déduit :

Taches. — Au total, comparativement aux résultats précédents [2], le nombre des groupes enregistrés est sensiblement le même, avec 12 au lieu de 13, mais l'aire totale tachée a été supérieure d'un peu moins de moitié, avec 828 millionièmes au lieu de 578.

Les changements survenus dans leur répartition sont de 4 groupes en plus dans l'hémisphère austral (7 au lieu de 3) et de 5 groupes en moins dans l'autre hémisphère (5 au lieu de 10). On n'a enregistré aucune tache dans l'hémisphère boréal pendant le mois de septembre, ce qui ne s'était pas rencontré depuis juillet 1914, et, à l'époque correspondante, antérieurement au *minimum* de 1912, en juin 1910.

---

(1) Avec l'aide de Mlle Bloch.

(2) *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 1192.

La latitude des groupes de taches, dans l'ensemble, a diminué de très peu, on a, en effet, — 9°,6 au lieu de — 9°,7 et + 9°,0 au lieu de + 9°,5.

Les jours *sans tache* ont encore augmenté : il y en a eu 43 d'enregistrés, contre 38, d'où un nombre proportionnel de 0,50 au lieu de 0,48.

Régions d'activité. — Malgré le nombre un peu supérieur de groupes, 77 au lieu de 62, la surface moyenne totale des facules est très légèrement moindre, avec 36,2 millièmes au lieu de 39,2.

Leur répartition est de 23 groupes au lieu de 20 au sud de l'équateur, et 54 au lieu de 42 au nord.

Tableau I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
		Juillet. — 0,37.			
4-9	6	6,7		+ 9	16
10	1	10,6		+12	2
5-10	6	10,8	—10		15
8-12	5	12,8		+11	17
19-28	10	23,1	— 7		228
25	1	25,4	— 7		2
	30 j.		— 8°,0	+10°,7	
		Août. — 0,62.			
6	1	6,8	—11		17
		Août (suite).			
3-6	4	8,5		+ 9	20
24-28	5	22,9	—11		275
28-30	3	26,2		+ 4	105
	29 j.		—11°,0	+6°,5	
		Septembre. — 0,52.			
13-23	11	18,8	—12		118
29-4	6	30,1	— 9		13
	27 j.		—10°,5	»	

Tableau II. — *Distribution des taches en latitude.*

1922.	Sud. 90°-40°	40°-30°	30°-20°	20°-10°	10°-0°	Somme.	Somme.	Nord. 0°-10°	10°-20°	20°-30°	30°-40°	40°-90°	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Juillet......	»	»	»	»	3	3	3	1	2	»	»	»	6	280
Août........	»	»	»	2	»	2	2	2	»	»	»	»	4	417
Septembre..	»	»	»	1	1	2	0	»	»	»	»	»	2	131
Totaux...	»	»	»	3	4	7	5	3	2	»	»	»	12	828

Tableau III. — *Distribution des facules en latitude.*

1922.	Sud. 90°-40°	40°-30°	30°-20°	20°-10°	10°-0°	Somme.	Somme.	Nord. 0°-10°	10°-20°	20°-30°	30°-40°	40°-90°	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Juillet......	»	»	»	4	4	8	17	6	2	1	1	7	25	10,1
Août........	»	»	1	3	1	5	22	3	5	1	1	12	27	11,3
Septembre..	1	»	2	5	2	10	15	4	3	»	»	8	25	14,8
Totaux....	1	»	3	12	7	23	54	13	10	2	2	27	77	36,2

PHYSIQUE. — *Pouvoirs rotatoires naturel et magnétique.* Note [1] de M. R. LUCAS, présentée par M. A. Haller.

Si l'on observe une substance douée d'activité naturelle et placée dans un champ magnétique suivant les lignes de force de ce champ, on constate que la substance acquiert un pouvoir rotatoire complexe.

La question se pose de savoir s'il y a purement et simplement additivité des pouvoirs rotatoires, ou s'il y a influence d'un des phénomènes sur l'autre.

Nous supposerons d'abord, dans le cas d'un fluide, par exemple, que le champ magnétique, par l'orientation moléculaire qu'il peut créer n'apporte qu'une modification négligeable sur les pouvoirs rotatoires, l'action du champ étant instantanée comme dans le phénomène de Zeeman.

L'équation du mouvement d'un ion optiquement actif et soumis au champ magnétique sera d'après Drude et Voigt

$$m\frac{\partial^2}{\partial t^2}(x, y, z) + \mathrm{K}(x, y, z) = e\left[h_{xyz} + f\,\mathrm{rot}\,h_{xyz} + \mu\left(\mathrm{H}_{zxy}\frac{\partial y, z, x}{\partial t} - \mathrm{H}_{yzx}\frac{\partial z, x, y}{\partial t}\right)\right],$$

e équivalant à trois équations, *m* et *e* désignent la masse et la charge de l'ion considéré, μ la perméabilité magnétique du milieu, K le coefficient élastique de rappel et $f\,\mathrm{rot}\,h_{xyz}$ le terme rendant compte du pouvoir rotatoire, *h* et H les champs électriques et magnétiques.

Si nous joignons à ces équations celles de Maxwell-Hertz nous aboutissons à cette conclusion que dans le milieu se propagent, sans altération suivant les lignes de force du champ magnétique, deux vibrations circulaires droite et gauche auxquelles correspondent deux vitesses $\frac{1}{p_1}$ et $\frac{1}{p_2}$ telles que p_1 et p_2 sont les racines des équations

$$p_1^2(1 - \Phi\Sigma) + p_1 f\omega(1 + \Phi)\Sigma - (\mathrm{K}_0 + \Sigma) = 0$$

et

$$p_2^2(1 + \Phi\Sigma) - p_2 f\omega(1 - \Phi)\Sigma - (\mathrm{K}_0 + \Sigma) = 0,$$

les racines positives seules pouvant convenir, K_0 étant le pouvoir inducteur spécifique du vide

$$\Phi = \frac{\mu \mathrm{H} e\omega}{\mathrm{K} - m\omega^2}, \qquad \Sigma = \frac{4\pi \mathrm{N} e^2}{\mathrm{K} - m\omega^2 - \mu \mathrm{H} e\Phi\omega}$$

et ω étant la pulsation de l'onde lumineuse. Quand l'onde a traversé l'épais-

---

[1] Séance du 3 janvier 1923.

seur z, le plan de polarisation primitif a tourné d'un angle

$$\alpha = \frac{z\omega}{2}(p_1 - p_2)$$

qui vaut

$$\alpha = \frac{z\omega}{2}\left[-\Sigma f\omega\frac{1+\Phi^2\Sigma}{1-\Phi^2\Sigma^2} + \frac{(1+\Phi\Sigma)\sqrt{f^2\omega^2(1+\Phi)^2\Sigma^2+4(1+\Sigma)(1-\Phi\Sigma)} - (1-\Phi\Sigma)\sqrt{f^2\omega^2(1-\Phi)^2\Sigma^2+4(1+\Sigma)(1+\Phi\Sigma)}}{2(1-\Phi^2\Sigma^2)}\right].$$

Lorsque H change de signe, Φ change de signe et la fraction

$$\frac{z\omega}{2}\,\frac{\left\{\begin{array}{l}(1+\Phi\Sigma)\sqrt{f^2\omega^2(1+\Phi)^2\Sigma^2+4(1+\Sigma)(1-\Phi\Sigma)}\\ -(1-\Phi\Sigma)\sqrt{f^2\omega^2(1-\Phi)^2\Sigma^2+4(1+\Sigma)(1+\Phi\Sigma)}\end{array}\right\}}{2(1-\Sigma^2\Phi^2)}$$

change de signe; cette quantité correspond au pouvoir rotatoire magnétique, qui est un peu différent de ce qu'il serait pour la même substance privée de pouvoir rotatoire naturel

$$\alpha' = \frac{z\omega}{2}\,\frac{(1+\Phi\Sigma)\sqrt{4(1+\Sigma)(1-\Phi\Sigma)} - (1-\Phi\Sigma)\sqrt{4(1+\Sigma)(1+\Phi\Sigma)}}{2(1-\Sigma^2\Phi)^2}.$$

A cause de la petitesse du terme $f^2\omega^2(1+\Phi)^2\Sigma^2$, il ne semble pas que la différence puisse être décelée expérimentalement. Le pouvoir rotatoire naturel

$$\frac{z}{2}f\omega^2\Sigma\frac{1+\Phi^2\Sigma}{1-\Phi^2\Sigma^2}$$

ne diffère de celui qu'il avait en l'absence du champ magnétique que par un écart relatif impossible à mettre en évidence expérimentalement. Ceci justifie donc les méthodes de mesure où l'on admet une superposition simple des deux effets.

Nous allons envisager maintenant l'action du champ magnétique du point de vue de l'orientation. Son rôle sera de modifier simultanément le pouvoir rotatoire naturel et le pouvoir rotatoire magnétique.

Si l'on suppose, pour simplifier, que les molécules ont l'anisotropie de l'ellipsoïde de révolution tordu où le grand axe a la direction correspondant à l'activité optique, on trouve, comme conséquence des formules données par M. Langevin (¹), que la variation relative de pouvoir rotatoire serait

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{3x\,\Delta H^2}{4RTc},$$

(¹) *Le Radium*, t. 7, septembre 1910.

x étant la susceptibilité magnétique, c la concentration en molécule-gramme par unité de volume, Δ le coefficient de dissymétrie moléculaire inférieur à 1, R constante des gaz, H champ magnétique, T température absolue. Pour les plus grands champs réalisables, à température ordinaire, $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ serait au plus de l'ordre de 10^{-5}. On pourrait établir de même la variation relative sous l'influence d'un champ électrique.

En ce qui concerne le pouvoir rotatoire magnétique, le liquide prend les propriétés d'un cristal uniaxe dont l'axe serait suivant le champ. Pour un rayon parallèle à celui-ci le milieu a un nouvel indice, l'indice ordinaire n_2, qui, dans le cas particulier envisagé précédemment, est lié à l'indice isotrope n_0 par la relation

$$n_2 - n_0 = -\frac{(n_0^2 - 1)(n_0^2 + 2)}{15 n_0} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + 2\sigma_2} \frac{H^2 K}{RTc}$$

dans le cas où l'on a affaire à une substance paramagnétique où l'effet d'orientation est plus particulièrement important, avec

$$\sigma_1 = \sum \frac{e^2}{K_1 - m\omega^2}, \qquad \sigma_2 = \sum \frac{e^2}{K_2 - m\omega^2},$$

K_1 et K_2 étant les forces élastiques de rappel parallèlemen et transversalement à l'axe.

Si l'on adopte la formule

$$\alpha = z H \frac{e}{m} \frac{\lambda}{2v} \frac{dn}{d\lambda}.$$

pour les rotations magnétiques, on voit que l'écart, à partir de la loi de Verdet, sera proportionnel au cube du champ magnétique et en raison inverse de la température absolue. Le degré de symétrie du phénomène exigeait du reste pour cet écart une fonction impaire du champ. Il est possible que cet écart puisse être observé dans des conditions expérimentales suffisamment bonnes. Je me réserve de faire des expériences au sujet de ces différents effets.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la structure des spectres d'arc des éléments des colonnes VI et VII de la Table périodique* (I). Note de M. **A. Catalán** présentée par M. G. Urbain.

Nos investigations sur le spectre du manganèse ([1]) montrent que ses triplets diffus sont constitués par neuf raies (3 + 3 + 3 composantes) au lieu de six (3 + 2 + 1 composantes). Ceci est dû à ce que le terme diffus *d* est quintuple au lieu de triple. La Note présente a pour but de prouver qu'il n'y a pas là une particularité propre au manganèse, mais que d'autres éléments présentent également le terme *d* quintuple.

Bien entendu les éléments des colonnes II et IV de la Table périodique présentent le terme diffus triple dans leur spectre d'arc, ainsi que ceux de la colonne III dans leur spectre d'étincelle. D'après la règle de Sommerfeld ([2]) les spectres d'étincelle de la colonne V doivent donner des triplets, mais jusqu'à présent ils sont inconnus. Il nous reste donc à étudier la structure du terme diffus dans les éléments des colonnes VI et VII.

Chrome. — Son spectre d'arc est très complexe et présente plusieurs systèmes de séries. Deux de ceux-ci, que nous désignerons par A et B, déterminés maintenant pour la première fois, sont ceux qui figurent dans la Table.

Les deux systèmes sont presque identiques, et l'un est déplacé par rapport à l'autre d'une quantité constante $C = 4436',4$. Il faut observer que les termes diffus sont quintuples et donnent neuf raies (3 + 3 + 3 composantes) comme pour le manganèse. Les raies qui forment les membres des séries principales ont été classifiées par Gramont ([3]) comme raies ultimes. En outre de ces séries il y a des multiplets ([4]) formés par combinaison de termes triples et quintuples (*pd*), quintuples et quintuples (*dd*) et quintuples et septuples (*db*).

([1]) *Phil. Trans.*, t. 223, 1922, p. 127-173.
([2]) *Atombau und Spektrallinien*, 1922, p. 468.
([3]) *Comptes rendus*, t. 145, 1908, p. 376.
([4]) Catalan, *loc. cit.*

TABLE.

SYSTÈME A.

Série principale $1s - mp$.

λ.	Int.	ν.	Δν.	m.	$mp_{1,2,3}$.
4254,33	(10R)	23498,9	112,6		31142,0
74,80	(9R)	386,3	81,3	(1)	254,5
89,72	(9R)	305,0			335,9

Série étroite $2p - ms$.

$2p_1 = 31142,0$, $2p_2 = 31254,5$, $2p_3 = 31335,9$.

λ.	Int.	ν.	Δν.	m.	ms.
-4254,33	(10R)	—23498,9	112,6		
-4274,80	(9R)	—23386,3	81,4	(1)	54640,9
-4289,72	(9R)	—23305,0			
7462,34	(10)	13396,9	112,5		
7400,22	(9)	509,4	81,4	(2)	17745,1
7355,93	(9)	590,8			

Série nébuleuse $2p - md$.

$2p_1 = 31142,0$, $2p_2 = 31254,5$, $2p_3 = 31335,9$.

λ.	Int.	ν.	Δν.	m.	md.
5329,80	(2)	18757,2	2,3		
29,15	(5)	759,5	2,9		
28,34	(10)	762,4			
			112,5		$3d_1 = 12379,6$
5298,45	(calc.)	18868,2	1,5		$3d_2 =$ 382,5
98,02	(6)	869,7	2,3	(3)	$3d_3 =$ 384,7
97,39	(8)	872,0			$3d_4 =$ 386,4
			81,8		$3d_5 =$ 387,6
5276,07	(7)	18948,3	1,1		
75,76	(7)	949,4	2,1		
75,17	(6)	951,5			
4130,62	(calc.)	24203,5	2,9		
30,13	(calc.)	206,4	4,5		
29,36	(5)	210,9			
			112,5		$4d_1 =$ 6931,1
4111,82	(1)	24314,2	1,8		$4d_2 =$ 6935,6
11,51	(3)	316,0	2,9	(4)	$4d_3 =$ 6938,5
11,02	(4)	318,9			$4d_4 =$ 6940,3
			81,4		$4d_5 =$ 6941,7
4097,39	(3)	24394,2	1,3		
98,11	(3)	395,5	1,9		
99,80	(2)	397,4			

SYSTÈME B.

Principale $1s - (mp - C)$.

λ.	Int.	ν.	Δν.	m.	Constante de déplacement C.
3578,686	(10R)	27935,27	115,04		4436,4
3593,485	(9R)	820.23	91,40	(1)	
3605,330	(9R)	728,83			

Étroite $(2p - C) - ms$.

λ.	Int.	ν.	Δν.	m.	C.
—3578,686	(10R)	—27935,27	115,04		4436,4
—3593,485	(9R)	—27820,23	91,40	(1)	
—3605,330	(9R)	—27728,83			
11157,1	(9)	8960,4	115,2		4436,5
11015,5	(8)	9075,6	91,4	(2)	
10905,7	(6)	9167,0			

Nébuleuse $(2p - C) - md$.

λ.	Int.	ν.	Δν.	m.	C.
6981,04	(2)	14321,0	2,1		4436,2
80,81	(7)	323,1	2,7		
79,79	(10)	325,8			
			115,0		
6925,99	(2)	14434,4	1,6		
25,20	(9)	436,0	2,3	(3)	
24,14	(10)	438,2			
			91,5		
6883,03	(9)	14524,5	1,4		
82,38	(9)	525,9	1,6		
81,62	(9)	527,5			
5057,50	(calc.)	19767,1	2,9		4536,4
56,76	(calc.)	770,0	4,5		
55,59	(4)	774,5			
			115,0		
5028,71	(calc.)	19880,3	1,8		
28,25	(2)	882,1	2,8	(4)	
27,54	(3)	884,9			
			91,4		
5006,05	(3)	19970,4	1,0		
05,77	(3)	971,4	2,1		
05,24	(2)	973,5			

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les différents aspects de la décharge électrique dans les cristaux.* Note [1] de MM. G. **Reboul** et P. **Blet**, présentée par M. Brillouin.

Les études faites sur la décharge électrique à travers les corps cristallisés, et, d'une manière plus générale, à travers les corps peu conducteurs, se rattachent à deux types : 1° étude de la conductibilité proprement dite, comme l'ont faite J. Curie, Bouty, etc.; 2° étude du potentiel réellement disruptif, telle que la font les ingénieurs en cherchant le potentiel de rupture des isolants industriels. Or, entre ces deux aspects extrêmes de la décharge électrique, celle-ci peut affecter une série de formes diverses qui ne paraissent pas avoir attiré l'attention et que nous avons rencontrées accidentellement au cours d'une étude sur une propriété particulière que présentent les corps peu conducteurs que traverse un courant électrique [2].

Les expériences sont très faciles à répéter : dans une boîte opaque, dont le couvercle en ébonite porte deux électrodes à piston, on dispose une plaque photographique au-dessus de laquelle est placée une lame transparente à faces parallèles, par exemple une lame de quartz assez épaisse (3^{mm}). Sur cette lame appuient deux électrodes, celles-ci sont reliées soit aux pôles d'une machine électrostatique ou d'une batterie de petits accumulateurs, soit aux extrémités du secondaire d'une bobine d'induction; au moyen d'une coupure de quelques millimètres, en dérivation sur les électrodes, on peut faire varier la tension électrique existant entre celles-ci. On fait fonctionner la source électrique pendant un temps, qui, suivant les conditions, peut varier de quelques minutes à quelques heures; au développement, on constate que la plaque impressionnée présente l'un des aspects suivants (voir la figure ci-contre).

Premier aspect. — Autour du pôle positif, on aperçoit une série de cercles concentriques et équidistants; leur nombre, qui est en général trois ou quatre, augmente considérablement si l'on change les conditions de l'expérience de manière que le temps de pose soit très long, c'est ainsi que sur certains de nos clichés on peut en compter jusqu'à treize. C'est là un premier aspect dont le schéma I de la figure reproduit l'apparence.

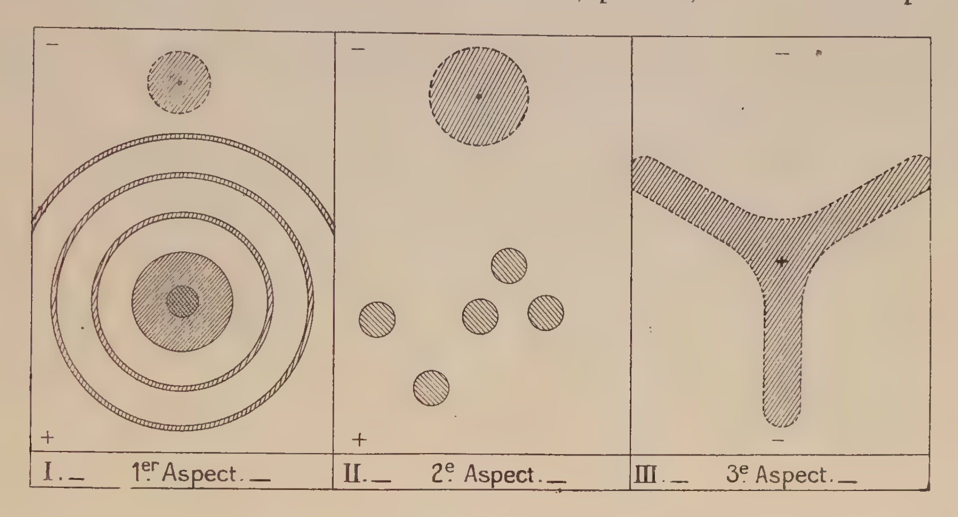
L'explication de cette apparence est assez aisée (du moins en gros), elle

---

(1) Séance du 26 décembre 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1502; t. 172, 1921, p. 210.

est identique à celle que Cornu a donnée pour les halos des lames épaisses [1] : les anneaux concentriques sont dus à des réflexions successives subies sur les faces de la lame par les rayons lumineux qui cheminent à son intérieur sous un angle voisin de l'angle de réflexion totale. La distance qui sépare les traces de deux anneaux successifs, permet, connaissant l'épaisseur de la lame, de calculer l'angle limite et par suite l'indice de réfraction moyen de la lame. Par exemple, avec une lame de quartz de 3^{mm} d'épaisseur, on trouve un angle de $40^{\circ} 26'$ et un indice égal à 1,54.



L'expérience réussit avec toute autre substance que le quartz et permet une détermination rapide de l'indice de réfraction moyen de ces substances; elle peut aussi être répétée avec une source de lumière autre que l'étincelle électrique, par exemple avec un arc au mercure convenablement disposé.

Deuxième aspect. — Quand on change uniquement la tension qui produit la décharge électrique, les anneaux concentriques disparaissent et sont remplacés par une série de taches circulaires de même diamètre, nettement séparées les unes des autres et réparties sans loi bien apparente à la surface de la lame. Leur apparence est reproduite sur le schéma II de la figure. Le diamètre de ces taches rigoureusement circulaires et à bords très nets, ne dépend que de l'épaisseur de la lame et de son indice de réfraction; par exemple avec la lame de quartz dont il est question plus haut ce diamètre est de 5^{mm}.

Tout se passe comme si ces taches étaient produites par un faisceau de

---

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. 9, p. 270.

rayons ayant la forme d'un cône circulaire, dont le sommet se trouverait sur la face supérieure de la lame et dont l'angle au sommet serait égal à l'angle limite.

La mesure du diamètre de ces taches permet, elle aussi, de déterminer l'angle limite et la valeur de l'indice de réfraction de la substance qui forme la lame.

L'expérience réussit avec des lames de substances diverses ou d'épaisseurs différentes.

Troisième aspect. — Enfin si la lame est cristallisée et si l'on change encore la tension qui correspond à la décharge, l'aspect présenté par celle-ci est lié à la symétrie du cristal. Ainsi une lame de quartz, taillé perpendiculairement à l'axe, donne l'apparence que reproduit le schéma III de la figure.

Avec une lame de mica on obtient également des lignes divergentes partant du point de contact des électrodes, ces lignes, qui représentent par conséquent des directions privilégiées pour la décharge électrique, sont les mêmes que celles que fait apparaître sur le mica la pression d'une pointe mousse ; on sait que ces dernières sont liées à la symétrie du mica.

PHOTOCHIMIE. — *Sur les piles à liquide fluorescent.*
Note (1) de M. A. **Grumbach**, présentée par M. Daniel Berthelot.

Deux électrodes de platine plongeant dans une solution fluorescente constituent une pile lorsqu'on éclaire l'une d'entre elles. La force électromotrice varie avec le temps.

Goldmann (2) a assimilé les éléments de ce genre aux actinomètres d'Edmond Becquerel; il n'a, en effet, observé de force électromotrice que lorsqu'il éclairait une des électrodes et non le liquide intermédiaire. D'autre part, dans ses expériences qui ont porté presque exclusivement sur les solutions alcooliques, l'électrode éclairée était positive.

En réalité, comme il employait des solutions saturées de substance fluorescente, les premières couches liquides absorbaient la totalité des radiations actives; il en était de même de la fluorescence émise par l'étroite région illuminée. Dans ces conditions, la force électromotrice n'apparaît que si l'électrode est très voisine de la paroi ou de la surface libre éclairée.

---

(1) Séance du 3 janvier 1922.

(2) Goldmann, *Ann. der Physik*, 4e série, t. 27, 1908, p. 449.

Au contraire, en étudiant des solutions étendues, j'ai constaté que le phénomène n'a pas son origine à la surface des électrodes.

L'expérience essentielle est la suivante : au lieu d'éclairer directement la région avoisinant l'électrode, j'ai laissé l'élément tout entier dans l'obscurité. L'absence de force électromotrice de dissymétrie étant bien constatée, on introduit dans la solution, près d'une des électrodes, 1^{cm^3} d'une portion de la même solution sur laquelle on a concentré pendant 2 heures avec une lentille de verre la lumière d'un arc à mercure filtrée à travers une cuve remplie d'eau. Une force électromotrice apparaît après l'addition du liquide insolé. Prenons ce moment pour origine des temps portés en abscisses, les forces électromotrices étant portées en ordonnées; la courbe obtenue a la même forme générale que celle qui représente, en fonction du temps, la force électromotrice produite par l'éclairage direct de l'électrode, l'origine des temps étant le début de l'illumination.

Le phénomène est particulièrement frappant dans le cas d'une solution d'uranine pure (fluorescéinate de sodium) entièrement soluble dans l'eau sans addition d'alcali. L'électrode éclairée est d'abord négative, la force électromotrice passe par un maximum, décroît, s'annule et change de signe. En éclairage direct, elle continue à croître quelque temps après qu'on a plongé à nouveau tout l'appareil dans l'obscurité. L'expérience répétée le lendemain sur la solution abandonnée à elle-même fournit des résultats semblables aux précédents.

L'appareil est constitué par un tube de verre de 6^{mm} de diamètre intérieur dont les extrémités sont coudées; la partie médiane horizontale a 25^{cm} de longueur. Les électrodes sont des fils de platine; chacun d'eux est soudé dans une des branches verticales. On les a soigneusement nettoyés de façon à éliminer les forces électromotrices de dissymétrie. J'ai employé l'électromètre capillaire comme instrument de zéro.

Le Tableau suivant contient les résultats numériques d'expériences faites sur l'uranine pure. Les temps sont mesurés en minutes et secondes, les forces électromotrices en millivolts. Le signe attribué à la force électromotrice est celui de l'électrode éclairée.

Solution contenant 0g,05 d'uranine pour 100g d'eau.
Concentration moléculaire : $1,322.10^{-6}$ mol-g-cm³.

I. *Éclairage direct* (arc à mercure : 2,5 ampères, 160 volts).

Temps.	Force électromotrice.	Temps.	Force électromotrice.
m s		m s	
0..........	0	100.20......	+ 88,1
3.30.......	— 0,9	107.30......	+ 89,4
12..........	— 1,8	109.30......	+ 90,8
17..........	— 5,5	114.........	+ 94,0
21.30.......	— 8,2	118.30......	+ 95,4
40..........	+11,0	120.20......	+ 97,2
41..........	+22,0	124.........	+ 99,1
57..........	+54,0	133.........	+100,0
70..........	+79,8	137.30......	obscurité
74.30.......	+82,3	139.30......	+103,7
86..........	+82,6	142.45......	+106,8
94..........	+84,4	144.........	+108,3
97..........	+87,2	162.........	+ 35,2

II. *Addition du liquide éclairé* (appareil maintenu dans l'obscurité).

Temps.	Force électromotrice.	Temps.	Force électromotrice.
m s		m s	
0..........	0	50..........	+ 9,2
5.20.......	— 4,2	51.30.......	+10,1
8.30.......	—12,2	56.30.......	+12,2
12.30.......	—14,4	70..........	+13,8
17..........	— 6,4	78..........	+14,7
31..........	+ 3,7	83.20.......	+18,3
32.45.......	+ 5,0	89.45.......	+19,2

En interposant sur le trajet du faisceau lumineux éclairant l'électrode un écran Wratten n° 77 qui ne laisse passer que la radiation verte de l'arc à mercure, j'ai obtenu une force électromotrice appréciable qui atteint —18 millivolts en 82 minutes pour décroître ensuite en valeur absolue; cette expérience donne une idée de la sensibilité de la méthode qui permet de déceler des fractions très faibles de matière colorante décomposée par la lumière. Les électrodes adsorbent le photoproduit dont la dilution est trop grande pour qu'il se forme une véritable pile de concentration (1). Lorsque le corps fluorescent est un électrolyte comme dans l'exemple précédent, il faut tenir compte de l'adsorption des molécules non dissociées et de celle des ions de la fraction dissociée.

(1) A. Grumbach, *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 644.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Action de la chaleur sur les kaolins, les argiles, etc.* Note de M. **A. Bigot**, présentée par M. A. Haller.

Les kaolins, les argiles, les silices d'infusoires, extraits de leurs gisements, se présentent ordinairement sous forme de morceaux agglomérés, qui, après séchage, se délitent spontanément lorsqu'on les plonge dans l'eau.

Les bauxites et les ardoises, quel que soit leur degré de porosité, ne se délitent pas dans l'eau. Il en est de même de la plupart des argiles schisteuses et de certaines silices d'infusoires.

Dans le gisement de silices d'infusoires de Ouïllis (Algérie), certains bancs sont formés de matière qui se délite rapidement dans l'eau, tandis que d'autres bancs voisins sont constitués par une silice d'infusoires qui ne possède pas cette propriété, quoique ces deux variétés aient sensiblement la même composition chimique.

Les matières premières, qui ont fait l'objet de cette étude, sont séchées, puis broyées et passées au tamis de soie n° 200. Avec chacune des poudres impalpables, ainsi préparées, on fait deux séries d'éprouvettes :

1° Des éprouvettes en pâte molle;

2° Des éprouvettes en poudre à demi sèche que l'on a humectée avec 4 à 8 pour 100 de son poids d'eau; ces éprouvettes sont comprimées à des pressions variant entre 375^{kg} et 400^{kg} par centimètre carré.

Le kaolin des Eyzies, préparé en pâte molle, puis séché, est maintenu pendant 5 heures à la température de 380°; sous l'action de la chaleur il se colore légèrement par suite de la décomposition des matières organiques qu'il renferme, il ne se déshydrate pas et son volume ne change pas; mais il durcit. Après cette opération il ne se délite, ni à froid ni à chaud, dans l'eau pure ou dans l'eau additionnée, de 10 pour 100 de son poids de soude ou d'acide sulfurique.

L'éprouvette, préparée avec ce même kaolin en poudre à demi-sèche, pressée à 375^{kg}, chauffée dans les mêmes conditions que la précédente, ne durcit pas suffisamment et se délite dans l'eau froide; mais si on la maintient pendant 5 heures aux environs de 450°, elle devient dure et ne se délite plus dans l'eau.

Une éprouvette en argile réfractaire de Provins, contenant 25 pour 100

d'alumine, durcit entre 400° et 450° quand elle a été préparée en pâte molle et ne se délite pas dans l'eau : si l'éprouvette a été préparée avec de la poudre à demi sèche, il faut la porter aux environs de 500° pour qu'elle devienne dure.

Les bauxites, les silices d'infusoires, etc., se comportent d'une façon similaire.

L'argile schisteuse de Marles (Pas-de-Calais) renferme des goudrons qui influent sur ses propriétés physiques. En pâte molle elle ne durcit qu'à la température de 600°. Une éprouvette préparée en poudre à demi sèche et pressée à 400^{kg} par centimètre carré, commence à durcir à 800°; après avoir perdu son eau de constitution, elle ne délite plus dans l'eau froide, mais se délite à la longue dans l'eau bouillante ; chauffée à 1000° elle se transforme en une matière dure et compacte que l'eau bouillante, même alcaline ou acide, ne peut déliter.

L'ardoise de Rimogne (Ardennes) a la composition d'une argile commune qui aurait perdu la moitié de son eau de constitution. Les éprouvettes faites avec cette ardoise, soit en pâte molle, soit en poudre à demi sèche, se délitent dans l'eau après un chauffage à 800°; il faut atteindre 900° pour que le durcissement apparaisse; à 1000° elles deviennent dures et compactes.

Des éprouvettes, faites en pâte molle, avec du kaolin des Eyzies, dont la plasticité colloïdale est de 4,25 [1], ont été maintenues pendant 5 heures à la température de 450°; ensuite elles ont été broyées finement et la poudre obtenue a été passée au tamis n° 200. La poudre, ainsi tamisée, a été transformée en pâte molle dont la plasticité colloïdale est tombée à 1,78. La chaleur à 450° n'a pas détruit tous les colloïdes de ce kaolin. Une nouvelle éprouvette, préparée avec ce kaolin chauffé une fois à 450°, a été maintenue pendant 5 heures à une température voisine de 500°; elle durcit également et ne se délite pas dans l'eau.

Nous avons répété sur cette seconde éprouvette de nouvelles opérations de broyage, d'agglomération en pâte molle et de chauffage à 500°; à chaque opération on constate une nouvelle diminution de la plasticité colloïdale et le phénomène du durcissement se produit encore, mais à un degré moindre. Les argiles et les autres matières plastiques se comportent comme le kaolin des Eyzies.

Ces expériences ont été répétées un grand nombre de fois et sur des

---

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 755.

matières variées; elles ont toujours donné des résultats similaires; il est évident que ce phénomène de durcissement provient des matières colloïdales qui se *pectisent* partiellement sous l'action de la chaleur avant la température de déshydratation, qui a lieu ordinairement entre 650° et 700°. Si le chauffage entre 400° et 500° était prolongé pendant plusieurs jours, il est probable que la pectisation serait complète. L'argile schisteuse de Marles, l'ardoise de Rimogne ne renferment qu'une quantité faible de colloïdes et ne durcissent réellement qu'à la température de 1000°.

M. Le Chatelier a découvert que les kaolins, chauffés vers 1000°, dégagent de la chaleur et subissent une transformation physique. On constate en même temps une contraction et un nouveau durcissement de la matière.

En résumé, les matières céramiques plastiques, sous l'action de la chaleur, subissent un premier durcissement, sans se déshydrater, ni changer de volume; ce durcissement provient de la pectisation partielle des colloïdes qu'elles renferment.

Après déshydratation et au-dessus de 700°, il se produit des transformations physiques accompagnées de retrait, et les matières continuent à durcir, en même temps que les colloïdes achèvent de disparaître.

Les matières céramiques non plastiques, comme les ardoises en poudre, ne durcissent qu'une seule fois, vers 1000°, après leur déshydratation complète qui a lieu entre 650° et 700°.

Le phénomène de pectisation des colloïdes joue un rôle considérable en céramique et en particulier dans les industries des terres cuites.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Procédé pour servir à l'étude de la vitesse de formation des précipités.* Note de M. **Roger G. Boussu**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Notre étude actuelle porte sur la vitesse de formation des précipités dans le cas de sursaturation et sur les variations de cette vitesse avec les facteurs concentration, température, viscosité, etc. Initialement nous avions voulu déterminer les relations existant entre le *temps d'apparition des précipités* et ces différents facteurs, pour cette étude nous avons employé l'appareil mélangeur de M. Jolibois [1]. Ces essais qui ont porté sur différents corps :

---

(1) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 1095.

sulfate de chaux, oxalate de chaux, phosphate ammoniaco-magnésien, ont tous donné lieu au même phénomène: le tube inférieur de l'Y se tapissait de précipité et ne tardait pas à être obstrué; nous avons donc été amenés à supprimer les parois.

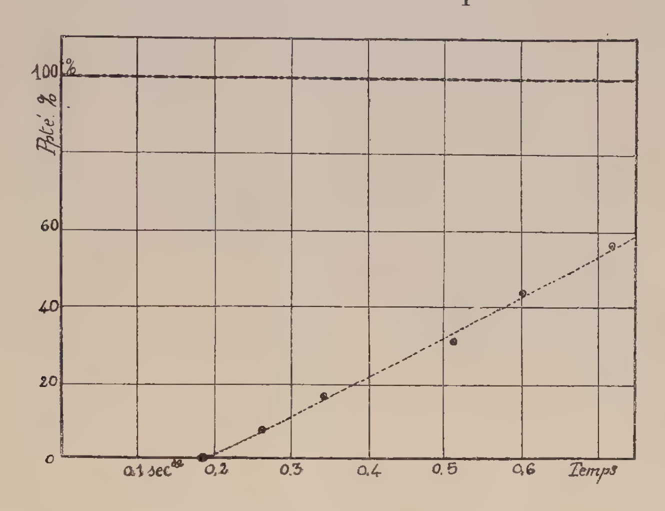
Le procédé que nous décrivons ci-dessous permet d'étudier la *formation du précipité dans le temps;* le dispositif du mélangeur est le suivant : les extrémités effilées des deux tubes d'amenée sont placées vis-à-vis, à une distance de 1^{cm} l'une de l'autre et maintenues dans une position immuable par serrage dans un bâti. Les liquides dont l'union donnera naissance au précipité se rencontrent donc, se mélangent et tombent à l'air libre, chute pendant laquelle se forme le précipité. Ces liquides provenant de flacons fonctionnant en vase de Mariotte et l'embouchure des tubes étant identique, les débits restent égaux et constants ainsi que nous l'avons pu vérifier. Le mélange avec cet appareil se fait dans un temps très court (ordre de grandeur 0,02 seconde).

Le problème consiste à arrêter la réaction à un moment donné pour déterminer son degré d'avancement. Nous employons à cet effet une solution qui est très exactement saturée du corps étudié, et présente une concentration voisine de celle du jet liquide étudié. Le mécanisme d'arrêt est le suivant : le jet est formé de deux éléments : une partie déjà précipitée et une solution sursaturée. En le recueillant dans la liqueur d'arrêt placée à une certaine hauteur et en agitant suffisamment, le précipité déjà formé ne se dissout dans une solution déjà saturée; la solution sursaturée se dilue dans un grand volume de la liqueur d'arrêt et donne à l'ensemble une trop légère sursaturation pour que la précipitation continue, si l'on a eu le soin de prendre le rapport $\frac{\text{volume prélevé}}{\text{volume de solution d'arrêt}}$ suffisamment petit. L'emploi de cette liqueur d'arrêt permet donc de déterminer le poids de précipité déjà formé après un temps facile à connaître; on convertit les espaces parcourus en temps, en admettant que le liquide du jet tombe suivant un mouvement uniformément accéléré.

Le mode opératoire est donc le suivant : dans un cristallisoir placé à une certaine hauteur et contenant 5000^{cm^3} ou 6000^{cm^3} de la liqueur d'arrêt, on recueille quelques centimètres cubes du liquide précipitant, on filtre immédiatement, lave, sèche et pèse; puis on répète la même expérience à différentes hauteurs.

Les résultats ont confirmé notre façon de voir, on trouvera ci-après à titre d'exemple pour une seule concentration la courbe vitesse de précipita-

tion partielle de l'oxalate de chaux obtenu par mélange d'une solution de nitrate de chaux et d'une solution d'acide oxalique.



$$\frac{\text{Volume prélevé}}{\text{Volume solution d'arrêt}} = \frac{205^{\text{cm}^3}}{5000^{\text{cm}^3}}.$$

Hauteur de chute.	Temps.	Poids précipité formé.	Pourcentage.
16 cm	0",18	apparition	0
34	0,26	0g,358	7,64
56,5	0,34	0,768	16,41
127	0,51	1,413	30,20
175	0,60	2,039	43,56
256	0,72	2,634	56,28
Précipitation finale correspondant à l'équilibre.	48h	4,680	100

Les erreurs ne dépassent pas 5 pour 100. Nous nous proposons d'employer ce procédé à l'étude des lois de précipitation et de cristallisation du sulfate de chaux, bitartrate de potasse, etc.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les acides normaux de Berthelot et la théorie des ions.* Note de M. F. **Bourion**, présentée par M. G. Urbain.

Sous le nom d'*acides normaux*, Berthelot enveloppait dans une même famille, des acides dont 1 équivalent, ajouté à 1 molécule de base alcaline,

dissous séparément dans 2 litres, donnait un dégagement de chaleur variant de 12 à 16 grandes calories; leurs sels alcalins, stables en présence de l'eau, obéissent aux lois d'Andrews et de la thermoneutralité saline; de plus, la quantité de chaleur dégagée par addition de la fraction $f < 1$, de base alcaline, à 1 molécule d'acide est proportionnelle à f. Ils constituent l'ensemble des acides forts ou normaux, car Berthelot ne séparait pas ces deux caractères qu'il considérait comme constamment associés.

On sait que, du point de vue ionique, sont considérés comme seuls acides forts ceux dont la chaleur de neutralisation est de 13700 cal-gr et comment s'interprètent simplement les phénomènes d'hydrolyse et les écarts avec la loi de thermoneutralité saline. Mais il ne semble pas que l'on ait étudié de ce point de vue les effets thermiques liés à la fraction de base ajoutée. C'est ce que nous allons examiner ici. Nous distinguerons deux cas :

1° *Il n'y a pas hydrolyse appréciable du sel formé.* — Pour les acides forts, la proportionnalité de la chaleur dégagée à la fraction de base s'explique simplement.

Si l'acide AH n'est pas fort, et à un degré de dissociation γ avant mélange, et si x est le nombre d'ions qu'il émet dans le mélange, la chaleur Q dégagée par addition de f BOH à AH est

$$(1) \qquad Q = 13700 f + q_a(f + x - \gamma),$$

en supposant totales les dissociations de la base et du sel, et en appelant q_a la chaleur de dissociation de l'acide.

La loi des masses, appliquée à l'acide, donne

$$\frac{\gamma^2}{(1-\gamma)V} = K, \qquad \frac{x+f}{V(1+f)} \, \frac{x}{V(1+f)} = K \, \frac{1-f-x}{V(1+f)},$$

V étant la dilution commune de l'acide et de la base avant mélange. On a alors, tous calculs faits,

$$(2) \quad Q = 13700 f + q_a \left\{ f + \frac{-f(1+KV) + \sqrt{f^2(1-KV)^2 + 2KV(KV+1)f + KV(KV+4)} - \sqrt{KV(KV+4)}}{2} \right\}.$$

Dans le cas d'un corps triacide, comme PO^4H^3, on a, pour la première fonction,

$$(3) \quad Q = 13700 f + q_a \left\{ f + \frac{-f(3+KV) + \sqrt{f^2(3-KV)^2 + 6KV(KV-1)f + 9KV(KV+4)} - 3\sqrt{KV(KV+4)}}{6} \right\}.$$

Appliquons ces formules aux acides phosphorique (première fonction acide) et fluorhydrique, pour lesquels nous prenons

	K.	q_a.
PO^4H^3 (1re fonct.)....	10^{-2}	1130 cal-gr
FH................	35.10^{-5} pour $V > 30$ 10^{-3} » $V = 10$ 2.10^{-3} » $V = 2$	2570 cal-gr

on a

	Q calculé.		Q évalué par proportionnalité.		Écart relatif pour 100.	
f.	PO^4H^3.	FH.	PO^4H^3.	FH.	PO^4H^3.	FH.
$\frac{1}{4}$.....	3591	3852	3646,2	3959,5	−1,80	−2,71
$\frac{1}{2}$.....	7233	7818	7292,5	7919	−0,96	−1,27
$\frac{3}{4}$.....	10902	11812	10938,7	11878,5	−0,34	−0,56
1.....	14585	15838	14585	15838	0	0

en faisant $V = 6$ pour PO^4H^3; puis $V = 100$ pour FH, dilution où les écarts sont maximums. Les écarts relatifs sont un peu plus grands pour FH que pour PO^4H^3 parce que sa chaleur d'ionisation est plus élevée et sa constante d'affinité plus faible. Mais dans les deux cas les écarts sont petits et ne sauraient être révélés par le calorimètre de Berthelot. On y parviendrait probablement en utilisant un calorimètre plus sensible, tel que celui de G. Rumelin (1).

2° *Il y a hydrolyse sensible du sel formé.* — Si y est le degré d'hydrolyse, la quantité de chaleur Q dégagée par addition de f BOH à AH est

$$(4) \qquad Q = 13700 f(1-y) + q_a f(1-y) = f(1-y)(13700 + q_a),$$

en supposant complètes les dissociations de AB et BOH et nulle celle de AH; en appliquant la loi des masses à l'acide et à l'eau, on a

$$(5) \qquad Q = \frac{(1+kV)(1+f) - \sqrt{[(1-f)+kV(1+f)]^2 + 4kVf(1+f)}}{2}(13700 + q_a)$$

en posant $k = \frac{K_e}{K_a}$, K_e étant la constante d'équilibre ionique de l'eau; la formule (5) appliquée à l'acide borique en prenant les données de H. Lunden (2)

$$q_a = -3080 \text{ cal-gr}, \qquad k = \frac{K_e}{10^{-10}} = \frac{10^{-14}}{10^{-10}} = 10^{-4}$$

(1) G. Rumelin, *Zeits. phys. Chem.*, t. 63, 1908, p. 282.
(2) H. Lunden. *Journ. de Chim. phys.*, t. 5, 1907, p. 574.

pour la formation progressive du sel monosodique conduit à

V.	Q. $f = \frac{1}{2}$.	Q. $f = 1$.	Différence.
2	$\frac{10620}{2}$	10620	$\frac{10620}{2}$
10	5186	10180	4994
100	5084	9218	4134
1000	4248	6797	2549

Il faut donc arriver à la dilution $V = 100$ pour avoir une différence de 1 grande calorie dans les chaleurs correspondant à l'addition successive de deux demi-molécules de base; mais aux dilutions $V = 2$ ou $V = 4$, le phénomène est trop petit pour être décelé par la technique thermochimique habituelle; en fait, les faibles écarts observés par Thomson sont dus à la formation du sel $B^4O^7Na^2$.

Appliquons la formule (5) pour $V = 10$ aux deux cas suivants :

1° $K_a = 3,3 \times 10^{-11}$, $k = 3 \times 10^{-4}$, $q_a = -1640$ cal-gr;

2° $K_a = 5 \times 10^{-12}$, $k = 2 \times 10^{-3}$, $q_a = -5040$ cal-gr

On a

	1°.	1°. Différence.	2°.	2°. Différence.
$f = \frac{1}{2}$	6000 cal-gr		4100 cal-gr	
$f = 1$	11160 »	5160 cal-gr	7100 »	3000 cal-gr

Ces phénomènes font songer aux dégagements de chaleur observés lors de la neutralisation progressive de la deuxième et de la troisième fonction acide de l'acide phosphorique.

On voit en résumé que pour mettre en relief, dans la neutralisation progressive d'un acide, par une base alcaline, des écarts entre les nombres observés et ceux calculés par proportionnalité par les méthodes courantes de la thermochimie la constante d'affinité de l'acide ne doit pas être supérieure à 10^{-10} avec l'ordre de grandeur habituel des chaleurs d'ionisation.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le dosage de l'albumine par les procédés dits* néphélémétriques. Note de MM. **Henri Bénard** et **Albert Laborde**, présentée par M. G. Urbain.

Nous nous sommes proposé de définir la sensibilité et la précision respectives des deux méthodes dites *diffusimétrique* [appareil type de

MM. A. Baudouin et H. Bénard (1)] et *opacimétrique* [appareil type de MM. Ch. Chéneveau et R. Audubert (2)].

Nous avons étudié les albumines du sérum du sang. Le sérum était dilué dans du NaCl à 15 pour 100. Le titre des solutions a varié, en albumine, entre 0,2 et 4 pour 1000.

La précipitation fut faite par de l'acide trichloracétique titrant 5 à 50 pour 100, en faisant tomber rapidement $9^{cm^3},5$ de la solution de CCl^3COOH, sur $0^{cm^3},5$ de la solution d'albumine.

Les dilutions finales des précipitations troubles étaient donc de l'ordre de $\frac{2}{100\,000}$ à $\frac{4}{10\,000}$.

Les mesures furent faites soit en lumière blanche, soit surtout en lumière verte ou rouge sélectionnée par des écrans de Wratten :

1° La loi de Chéneveau et Audubert s'applique dans ces conditions aux solutions d'une même albumine titrant de 0,5 à 1,5 pour 1000, quand on les précipite par un CCl^3COOH de titre déterminé.

Mais, pour les concentrations allant de 1,5 à 3 pour 1000, cette loi semble ne plus s'appliquer d'une façon simple, une courbe étalon est nécessaire (3).

2° M. Babille a établi pour nous des échantillons de verres diffuseurs dont le trouble est analogue à ceux des précipités étudiés, et qui sont de bons étalons de diffusion pour l'étude des solutions d'albumine titrant de 0,1 à 2 et 3 pour 1000, quand on opère en lumière sensiblement monochromatique.

Nous avons étudié la variation continue du *pouvoir diffuseur* (4) de solutions d'albumine de titre croissant précipitées par un même CCl^3COOH.

Pour les faibles concentrations d'albumine, de 0,1 à 0,8 pour 1000,

---

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 1er mai 1920; *Bull. et Mém. de la Soc. Méd. des Hôpitaux de Paris*, 17 février 1920.

(2) *Bull. de la Soc. Fr. de Physique*, n° 139, 1920, p. 4 et 5; *Annales de Physique*, 9e série, t. 13, 1920, p. 134 à 161; *Journal de Physique*, 6e série, t. 2, n° 1, janvier 1921, p. 19 à 23.

(3) Ch. Chéneveau et R. Audubert, *Ann. de Phys.*, 1920, p. 158.

(4) Nous désignons ainsi, sans la définir davantage, la propriété, pour un milieu trouble, de présenter à un degré plus ou moins élevé le phénomène de Tyndall.

Nous appellerons arbitrairement *indice de diffusion* par rapport à l'appareil Baudouin et Bénard, une valeur inversement proportionnelle à l'ouverture dont il faut découvrir le milieu trouble pour obtenir globalement une intensité lumineuse correspondant à celle fournie par l'étalon diffuseur sans préjuger d'aucune interprétation mathématique.

l'*indice de diffusion* peut être considéré comme proportionnel à la concentration, ainsi que l'a montré Mme Yvonne Bénard-Rayneau [1]; mais, pour les solutions plus concentrées, la loi de variation ne paraît pas si simple, et une courbe étalon est nécessaire.

3° La précision de nos mesures est comprise entre 5 et 10 pour 100.

4° La précipitation d'une solution d'albumine à 1 pour 1000 s'est montrée indépendante de la température entre + 3°C. et + 23°C.

5° L'adjonction d'une petite quantité de sulfate d'ammoniaque à la solution d'albumine ne modifie pas les propriétés optiques étudiées. Il en est de même, dans de très larges limites, de la teneur plus ou moins grande de la solution d'albumine en NaCl.

6° Au contraire, les propriétés optiques varient considérablement avec le taux de l'acide trichloracétique employé pour la précipitation : pour $C\,Cl^3COOH$ à 25-30 pour 100 environ, l'indice de diffusion d'une solution d'albumine du sérum à 1 pour 1000, passe par un maximum; à ce moment, l'intensité de la lumière diffusée peut être au moins trois fois plus forte que celle qui correspond au précipité obtenu par l'acide à 10 pour 100 et deux fois environ plus intense que dans le cas d'un acide à 40 pour 100.

Le « pouvoir absorbant » du précipité varie également avec la concentration du $C\,Cl^3COOH$ et peut croître avec celle-ci tandis que l'indice de diffusion diminue.

Nous avons observé des phénomènes analogues dans l'action de l'acide sulfosalicylique sur les albumines.

Ces variations des propriétés optiques correspondent d'ailleurs à des modifications observables à première vue dans l'aspect des suspensions.

7° Nous avons comparé l'une à l'autre, par ces méthodes, la sérine et la globuline, isolées d'un sérum humain par le procédé au sulfate d'ammoniaque.

Pour une même concentration en albumine, les maxima de l'indice de diffusion ne correspondent pas à un même titre d'acide.

Les pouvoirs absorbants des deux précipités se comportent également d'une façon indépendante, et, pour une certaine concentration du $C\,Cl^3COOH$, les précipités de sérine et de globuline sont équidiffuseurs sans être équiopaques.

L'acide sulfosalicylique nous a donné des résultats de même ordre.

---

(1) Thèse de doctorat en médecine, Paris, 1920.

Il est donc très important de définir avec précision le titre de l'acide précipitant.

Aucun dosage global ne serait possible si le phénomène observé dépendait du rapport $\frac{\text{sérine}}{\text{globuline}}$ ou de la nature de l'albumine.

Des essais sur des sérums naturels d'homme, de lapin, de chien et de mouton ne nous ont pas montré d'écarts supérieurs à 10 pour 100 entre ces divers corps précipités, étudiés optiquement. Nous allons reprendre cette étude ainsi que celle de la sérine et de la globuline séparées par le procédé de M. Vila ([1]).

8° L'opacité de ces milieux troubles hétérogènes (albumine, sulfate de barium) est, dans certaines limites, indépendante de l'état de sédimentation du précipité : l'opacité mesurée dans l'appareil Chéneveau et Audubert disposé verticalement, variait environ de 5 pour 100 seulement au cours de la floculation et de la sédimentation; et, 24 heures après la précipitation, la pellicule mince translucide décantée au fond du tube présentait la même opacité que la suspension trouble initiale.

Ce phénomène confère un avantage sérieux à l'appareil de MM. Chéneveau et Audubert puisqu'il autorise à pratiquer des mesures opacimétriques là où une sédimentation trop rapide pourrait rendre peu précises les mesures de diffusion.

Par contre le diffusimètre est plus sensible vis-à-vis des émulsions très diluées.

9° Nous pensons qu'il serait intéressant d'étudier comparativement l'absorption et la diffusion de différentes suspensions à différents états de dispersion et de floculation.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'évolution de la molécule d'hydroxyde ferrique au sein de l'eau.* Note de Mlle S. VEIL, présentée par M. G. Urbain.

On sait depuis longtemps que des hydroxydes tels que l'hydroxyde ferrique n'ont pas, en tant qu'hydrates, une composition définie, et qu'ils se déshydratent au sein de l'eau. Les facteurs prépondérants du phénomène sont le temps et la température. Tout ce qu'on peut lire à ce sujet dans la littérature scientifique tend à ne montrer là qu'un simple processus de déshydratation.

([1]) *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 728.

En effectuant des mesures magnétiques, on observe qu'il se produit simultanément deux ordres de phénomènes chimiques distincts et pour ainsi dire indépendants; d'une part la déshydratation et d'autre part une modification de l'hydroxyde ferrique telle, qu'en valeur relative, le coefficient d'aimantation de l'oxyde final, après déshydratation complète, peut passer de la valeur 1 à des valeurs de l'ordre de 30. En outre, il résulte des expériences que j'ai réalisées, que les hydroxydes diffèrent d'autant moins, d'un point de vue magnétique, des oxydes correspondants, que la déshydratation, au sein de l'eau, a été plus profonde.

C'est ainsi que, pour les hydroxydes qui ont été chauffés en tubes scellés à des températures s'échelonnant de 120° à 210°, les coefficients d'aimantation, rapportés à la teneur en fer, sont du même ordre de grandeur que ceux des oxydes qui en dérivent par calcination. Au contraire, on trouve des coefficients d'aimantation, rapportés au fer, toujours beaucoup plus grands pour les hydroxydes obtenus à froid que pour leurs oxydes.

Soit qu'on parte des chlorures, soit qu'on parte des nitrates, les résultats sont du même ordre; et, dans les deux cas, il apparaît nettement que les propriétés magnétiques des hydroxydes et des oxydes dépendent, dans une très large mesure, des états antérieurs par lesquels la matière a passé. Il y a là un fait sur lequel je crois devoir appeler spécialement l'attention.

Par exemple, précipitons à froid une certaine quantité d'hydroxyde à partir de chlorure ferrique. Lavons et filtrons le plus rapidement possible. L'oxyde résultant de la calcination de l'hydroxyde aura un coefficient d'aimantation égal à 1 en valeur relative; et en opérant dans ces conditions, ce magnétisme est toujours à peu près identique à lui-même. Par contre, l'hydroxyde aura un coefficient d'aimantation moléculaire de 9,8. Traitons maintenant cet hydroxyde, en tubes scellés à 120°, durant une douzaine d'heures, il sera presque entièrement déshydraté. Son coefficient d'aimantation sera 4,8 et celui de l'oxyde calciné correspondant 4,6. Dissolvons l'hydroxyde dans l'acide chlorhydrique (il est nécessaire de chauffer), et précipitons immédiatement après la dissolution. L'hydroxyde obtenu aura un magnétisme du même ordre de grandeur que celui obtenu précédemment à froid. Mais si nous chauffons cet hydroxyde en tubes scellés, son coefficient d'aimantation s'élèvera à 28,5 et celui de l'oxyde, résultant de sa calcination à 600°, sera 24,1. Le fait est constant, on le trouve aussi bien à partir du nitrate qu'à partir du chlorure.

Hydroxydes chauffés en présence d'eau et ayant subi des précipitations et des dissolutions successives dans l'acide chlorhydrique.

Coefficients moléculaires d'aimantation (rapportés à la teneur en fer).

	A 120°				A 150°			
	du chlorure.		du nitrate.		du chlorure.		du nitrate.	
	Hydroxyde.	Oxyde.	Hydroxyde.	Oxyde.	Hydroxyde.	Oxyde.	Hydroxyde.	Oxyde.
1re précipit..	4,8	4,6	3,9	4,8	12,4	4,6	5,4	2,4
2e précipit..	28,5	24,1	18,5	20,8	17,7	19,5	26,1	18,7
3e précipit..	26,6	22,5	30,9	23,6	13,3	24,0	25,2	25,3

	A 180°				A 210°			
	du chlorure.		du nitrate.		du chlorure.		du nitrate.	
	Hydroxyde.	Oxyde.	Hydroxyde.	Oxyde.	Hydroxyde.	Oxyde.	Hydroxyde.	Oxyde.
1re précipit..	9,6	8,5	5,6	7,3	9,0	10,6	4,3	9,3
2e précipit..	12,0	19,6	14,2	15,9	15,8	18,5	21,8	20,4
3e précipit..	18,0	17,3	17,8	22,4	24,0	18,8	18,2	25,9

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la désulfuration des métaux par la chaux.* Note de M. **B. Bogitch**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous étudions ici la décomposition par la chaux, en présence de carbone, de quelques sulfures métalliques dissous dans les métaux en fusion :

$$MS + CaO + C = M + CaS + CO.$$

C'est une réaction qui doit donner lieu à un équilibre dans le partage du soufre, entre le métal et le laitier. Or, pour aucun métal on ne connaît avec certitude le coefficient de ce partage. Même dans un cas aussi important que celui de la désulfuration des aciers au four électrique, on ignore comment le soufre se répartit entre le laitier calcaire et le métal fondu.

Pour essayer de combler cette lacune, nous avons effectué quelques expériences dont voici le compte rendu.

Méthode opératoire. — 100^g de métal (cuivre, nickel, fer, manganèse) additionnés du sulfure correspondant, sont fondus dans un creuset en graphite porté à 1500°-1600° dans un petit four électrique à résistance granulaire. Quand tout est bien fondu, on introduit dans le creuset 20^g de désulfurant (chaux, laitier calcaire, chaux et spath-fluor) et l'on agite au moyen d'une baguette en charbon. Au bout d'un temps donné, on coule le métal et l'on recueille la scorie.

Désulfuration par la chaux ou par un laitier. — Si le métal est riche en soufre, on en enlève déjà beaucoup au moyen de la chaux en poudre. Si, au contraire, il ne contient que quelques unités ou fractions d'unités pour 100 de soufre, la désulfuration par la chaux pure ou par le laitier basique devient extrêmement lente. Avec ces désulfurants, on n'a à aucun moment la certitude que l'équilibre dans le partage du soufre est atteint. Ceci provient, non seulement de la viscosité considérable des laitiers basiques, qui rend très lente la diffusion de la chaux ou du sulfure de chaux, mais aussi de la faible solubilité de ce dernier dans les laitiers. Ainsi, d'après nos expériences, un laitier de composition $2SiO^2Al^2O^3 2CaO$ ne peut dissoudre que 3,8 pour 100 de sulfure de calcium, soit 1,7 pour 100 de soufre.

Désulfuration par la chaux dissoute dans le fluorure de calcium. — Pour obtenir une désulfuration rapide, la chaux doit être dissoute dans un dissolvant dont les propriétés soient tout autres que celles des laitiers habituellement employés en métallurgie. Un tel dissolvant existe, c'est le fluorure de calcium, indiqué par Rollet [1]. Beaucoup moins visqueux que le laitier basique ordinaire, il peut aussi dissoudre plus de 20 pour 100 de soufre et quelques unités pour 100 de sulfure de fer ou de manganèse. Nous donnons ci-dessous quelques-uns des résultats que nous avons obtenus avec le désulfurant composé, en parties égales, de fluorure de calcium et de chaux.

Durée de l'expérience en minutes.	Teneur en soufre du métal pour 100. Avant la désulfuration.	Teneur en soufre du métal pour 100. Après la désulfuration.	Teneur en soufre du laitier pour 100.
		Fer.	
20	6	0,35	21,23
30	1,7	0,015	8,15
		Nickel.	
30	7,2	1,61	21,78
30	4,1	0,006	16,68
		Manganèse.	
45	1,40	0,04	2,90

Conclusions. — Avec le mélange désulfurant indiqué ci-dessus, le laitier cesse d'absorber le soufre quand sa teneur en cet élément devient voisine de 22 pour 100. Il est alors presque solide aux températures de 1500°-1600° auxquelles nous avons opéré. L'analyse montre qu'il reste encore dans le

(1) Le fluorure peut être remplacé par le chlorure, comme l'a proposé Saniter.

laitier un peu de chaux non combinée au soufre. Si l'on augmente dans le mélange la proportion de fluorure, l'absorption du soufre par le laitier continue jusqu'à ce que toute la chaux libre soit transformée en sulfure.

Les résultats de nos expériences ne permettent pas de calculer exactement les coefficients de partage du soufre pour les différents métaux que nous avons étudiés, mais ils nous donnent néanmoins des indications sur leur ordre de grandeur. Ainsi, dans le cas du fer, la teneur en soufre du laitier peut être plus de 500 fois supérieure à celle du métal. Pour le nickel ou le cuivre, ce coefficient de partage est encore plus grand (plus de 2000). Pour le manganèse, par contre, il est inférieur à celui du fer.

Grâce à des coefficients de partage aussi élevés, il est possible de préparer, au moins dans le laboratoire, des métaux purs en partant directement de leurs sulfures et en évitant, par conséquent, le grillage et la réduction.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage de la potasse à l'état d'alun.* Note [1] de Mlle **de le Paulle**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

La faible solubilité à froid de l'alun de potassium et la diminution bien connue de cette solubilité, en présence d'un excès de sulfate d'aluminium, permettait de penser que par addition d'alcool à la dissolution, il serait possible de réduire encore cette solubilité très faible, de façon à utiliser l'alun pour le dosage de la potasse. A l'état hydraté ce sel ne renferme que 10 pour 100 de son poids de potasse, ce qui est très favorable pour la précision des dosages. J'ai donc étudié la solubilité de l'alun et de ses deux constituants en présence de mélange d'eau et d'alcool en diverses proportions, puis j'ai étendu les mêmes recherches à l'alun de sodium.

Pour déterminer la solubilité de ces sels, on introduisait, dans un flacon bouché à l'émeri, 50^{cm^3} d'un mélange d'eau et d'alcool en proportions déterminées, puis on y ajoutait un léger excès du sel étudié. Le flacon était agité mécaniquement pendant une heure, puis abandonné au repos pendant vingt-quatre heures.

On prélevait alors 10^{cm^3} du liquide clair surnageant le sel solide et l'on dosait la proportion de sel dissous par évaporation à sec, puis déshydratation au rouge sombre.

Voici les résultats rapportés à 100^{cm^3} de dissolvant et exprimés en poids de sel anhydre :

---

(1) Séance du 3 janvier 1923.

Eau.	Alcool.	SO^4K^2.	Alun de K.	Sulfate d'aluminium.	Sulfate Na.	Alun Na.
cm³	cm³	g	g	g	g	g
100	0	8,530	2,511	31,288	—	16,800
80	20	1,210	0,355	19,085	1,595	10,818
60	40	0,370	0,058	3,791	0,779	2,778
40	60	0,076	0,011	0,343	0,100	0,331
20	80	0,005	0,008	0,038	0,021	0,086
0	100	0,002	0,005	0,018	0,004	0,020

Ces expériences ont été faites à la température ambiante, voisine de 20°.

Pour le dosage de la potasse dans les roches, renfermant un excès d'alumine par rapport à celle de l'alun correspondant à la potasse, il est nécessaire d'employer un mélange alcoolique dans lequel le sulfate d'aluminium soit suffisamment soluble pour ne pas précipiter. Le mélange qui semble le mieux convenir est celui qui renferme 30^{cm^3} d'alcool pour 70^{cm^3} d'eau.

Pour vérifier l'exactitude de cette méthode, on a préparé d'abord des mélanges artificiels de sulfate d'aluminium et de sulfate de potassium en proportion déterminée. L'alun a été pesé après simple dessiccation à l'air, c'est-à-dire avec son eau d'hydratation. La précipitation a été plus complète par refroidissement à 0° dans la glace fondante.

Expériences.	Sulfate d'aluminium anhydre.	SO^4K^2.	Eau.	Alcool.	Alun précipité.	Alun total.
	g	g	cm³	cm³	g	g
1.........	0,2	0,0435	25	25	0,2174	0,237
2.........	0,2	0,0217	25	25	0,0782	0,1185
3.........	1	0,0435	35	15	0,2122	0,237

En 1 et en 3, l'erreur n'a pas dépassé 5 pour 100 de l'alun total à précipiter.

Une expérience analogue faite avec l'alun de sodium n'a donné lieu à aucune précipitation :

So^4Na^2.	Sulfate d'aluminium anhydre.	Eau.	Alcool.	Alun précipité.
$0^g,0355$	1^g	35^{cm^3}	15^{cm^3}	0

Cette méthode de précipitation de la potasse a été appliquée au dosage de cet alcali dans un kaolin : 2^g ayant été attaqués par le mélange d'acides sulfurique et fluorhydrique, on évapore la dissolution à sec, et l'on chauffe au voisinage du rouge sombre afin de chasser complètement les acides libres. On prélève 1^g des sulfates qui, au total, pesaient $3^g,038$ et on le redissout dans une petite quantité d'eau bouillante. La dissolu-

tion refroidie a été additionnée d'eau et d'alcool de façon à avoir finalement une dissolution renfermant 35^{cm^3} d'eau et 15^{cm^3} d'alcool. Les cristaux obtenus ont été lavés avec un mélange à volumes égaux d'eau et d'alcool, la cristallisation a été très lente; amorcée à la température de 0°, elle s'est prolongée pendant une huitaine de jours à la température ordinaire; elle a donné dans une première expérience $0^g,0802$ d'alun correspondant à 1,2 pour 100 de potasse, dans une seconde expérience $0^g,1265$ correspondant à 1,9 pour 100.

L'alun a été pesé à l'état hydraté.

Une expérience analogue, faite sur de la porcelaine, a donné pour 2^g un poids de sulfates de $1^g,854$. En le traitant par un mélange de 63^{cm^3} d'eau et 37^{cm^3} d'alcool, on obtient un résidu insoluble, comprenant l'alun et le sulfate de calcium et pesant $0^g,7653$. Le précipité redissous et analysé a donné $0^g,1771$ de sulfate de calcium et $0^g,0635$ d'alumine. D'où l'on déduit un poids d'alun de $0^g,5882$ correspondant à une teneur en potasse de 2,91 pour 100.

Sulfates.	Alun + SO^4Ca.	SO^4Ca.	Al^2O^3.
$1^g,854$	$0^g,7653$	$0^g,1771$	$0^g,0635$

Cette méthode de dosage de la potasse, convenable surtout pour le dosage de petites quantités de potasse dans les roches a le grand avantage de n'exiger que des manipulations très simples et très rapides. Par contre, elle a l'inconvénient de nécessiter un temps assez long pour l'achèvement de la cristallisation de l'alun. Pour amorcer cette cristallisation, lente à débuter, on peut recommander un séjour de 24 heures dans la glace fondante.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Combinaisons mercuriques de l'hexaméthylènetétramine.* Note (¹) de MM. **R. Douris** et **G. Beytout**, transmise par M. d'Arsonval.

L'étude des composés arsenicaux organiques utilisés en thérapeutique antisyphilitique (atoxyl, diamino-arsénobenzol et dérivés) a montré le rôle important du groupement amine qui confère aux médicaments antisyphilitiques une activité beaucoup plus grande. Ce groupement amine est même considéré comme indispensable par les chimiothérapeutes qui se sont occupés de cette question. Les cacodylates dont la teneur en arsenic est

(¹) Séance du 26 décembre 1922.

beaucoup plus grande que dans les autres composés organiques de l'arsenic utilisés, mais qui sont dépourvus de groupement fonctionnel amine, n'ont guère d'efficacité dans le traitement de la syphilis.

Aussi a-t-on cherché à introduire des groupements aminés dans des sels mercuriques; le mercure étant pour beaucoup le médicament antisyphilitique le plus sûr. Dans le même but, nous avons pensé que l'hexaméthylène-tétramine ou uroformine qui possède, d'après certains auteurs [1], une action antisyphilitique propre, apporterait, par ses quatre fonctions amines, une activité spéciale aux sels mercuriques.

Un grand nombre de combinaisons mercurielles de l'hexaméthylène-tétramine ont été décrites par MM. Delépine [2], Grützner [3], Calzolari et Tagliavini [4]. Nous avons constitué les types suivants qui ne figuraient pas dans la littérature chimique.

Sulfate double de mercure et d'hexaméthylène-tétramine $(CH^2)^6N^4.SO^4Hg.H^2O$. — Pour préparer ce composé, il faut tenir compte de ce que l'eau transforme le sulfate mercurique en sous-sulfate ou turbith minéral. De là la nécessité d'opérer en milieu acide sulfurique pour empêcher cette transformation. Il est indispensable d'éviter un excès d'acide qui, au moment du mélange avec une solution aqueuse d'hexaméthylène-tétramine, amènerait la dissociation de cette dernière avec un dégagement de formol.

On fait dissoudre le sulfate mercurique dans 15 parties d'eau additionnées d'acide sulfurique goutte à goutte pour éviter la précipitation de sous-sulfate mercurique et l'on verse la solution dans la solution équimoléculaire d'hexaméthylène-tétramine dans 3 parties d'eau. Il se forme instantanément un précipité blanc cristallisé en fines aiguilles que l'on essore aussitôt et répondant à la formule $(CH^2)^6N^4.SO^4Hg.H^2O$ (dosages : Hg calculé 44,05 pour 100; trouvé 44,16; SO^4H^2 calculé 21,58; trouvé 21,29).

Le sel obtenu est peu soluble dans l'eau. Soumis à l'action de l'eau bouillante, il se décompose avec formation de sous-sulfate mercurique. Il perd de l'eau au-dessus de 100° et fond à 177° en se décomposant.

Nous avons fait réagir également l'hexaméthylène-tétramine sur le cyanure et l'acétate mercurique.

Le cyanure double de mercure et d'hexaméthylène-tétramine

$$(CH^2)^6N^4.2[Hg(CN)^2]$$

s'obtient par l'action d'une solution chaude de cyanure mercurique sur une solution

---

(1) Balzer, *Bulletin médical* du 20 décembre 1919. — Dumitresco, *Soc. Méd. Hôpit.*, Bucarest, 29 décembre 1920.

(2) Delépine, *Comptes rendus*, t. 127, 1898, p. 624; *Thèse Doctorat sciences*, p. 29; Paris, 1898.

(3) Grutzner, *Arch. f. Pharm.*, t. 236, 1898, p. 376.

(4) Calzolari et Tagliavini, *Atti R. Accad. Linc*, 1re série, t. 24, 1915, p. 925-932.

aqueuse très concentrée d'hexaméthylène-tétramine. On obtient ainsi une précipitation de cyanure double (dosages : Hg calculé 62,11 pour 100; trouvé 61,94 pour 100; N calculé 17,38 pour 100; trouvé 17,14 pour 100).

Soumis à l'action de la chaleur, ce composé s'altère vers 208° et se décompose sans fondre vers 216°.

Le mercure peut être décelé par l'hydrogène sulfuré, mais non par l'ammoniaque ou l'iodure de potassium.

Acétate double de mercure et d'hexaméthylène-tétramine

$$(CH^2)^6N^4.(CH^3.CO^2)^2Hg.$$

— On mélange dans des proportions équimoléculaires des solutions saturées à froid d'acétate mercurique et d'hexaméthylène-tétramine. Les cristaux formés répondent à la formule ci-dessus (dosages : Hg calculé 43,66 pour 100; trouvé 43,20 pour 100; N calculé 10,04; trouvé 10,16). Soumis à l'action de la chaleur, le sel commence à se décomposer vers 120°.

Le mercure est décelable par l'hydrogène sulfuré ou le sulfure d'ammonium, mais ne l'est pas par l'ammoniaque.

Dans ces composés, l'hexaméthylène-tétramine a un rôle analogue à celui qu'elle joue dans le diphénate d'uroformine de MM. Tiffeneau et Bouchereau [1]; l'action corrosive du sel de mercure est considérablement diminuée et l'action thérapeutique augmentée. L'injection intraveineuse ou ramus-culaire du dérivé du cyanure mercurique ne donne pas lieu aux phénomènes habituels que l'on constate avec le cyanure de mercure (action sur l'endo-théliumveineux, eschares, suffocations, diarrhées sanglantes).

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Résultats des mesures photogrammétriques de l'aurore boréale du 22-23 mars 1920.* Note de M. **Carl Störmer.**

Dans une Note publiée en septembre 1920 [2], nous avons parlé du grand matériel de photogrammes d'aurore, obtenu par sept stations photographiques pendant la nuit du 22 au 23 mars 1920. Le calcul de l'altitude et la situation de l'aurore boréale basé sur ce matériel se trouve maintenant achevé, et voici les résultats principaux :

L'aurore, qui était accompagnée par des perturbations magnétiques violentes et par le passage d'un groupe énorme de taches solaires, était une aurore de tout premier ordre par rapport à l'étendue et à la splendeur. Un

---

(1) Bouchereau, *Thèse Doct. Pharm.*, p. 22; Paris, 1917.

(2) *Sur quelques rayons auroraux observés le 22 mars 1920, et atteignant l'altitude de* 500^{km} (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 520).

trait caractéristique de cette aurore était les longs rayons et la variété des couleurs.

La hauteur exceptionnelle des sommets des rayons auroraux, déjà indiquée dans la Note citée, s'est trouvée vérifiée par le calcul du matériel complet. En effet, pendant la soirée du 22 mars, entre $8^h 21^m$ et $9^h 8^m$, temps moyen de Greenwich, nous avons réussi de photographier plusieurs rayons situés au-dessus d'une région de la Terre s'étendant des îles de Shetland à Trondhjem, puis jusqu'à Luleå, et cela avec de longues bases qui assurent une détermination très bonne de l'altitude des sommets des rayons. Une dizaine de photogrammes ont donné par exemple *cinq altitudes dépassant* 550^{km}, *six dépassant* 600^{km}, *deux plus grandes que* 650^{km}, *et une très bonne, dépassant même la hauteur énorme de* 750^{km}.

Ces hauteurs vérifient les mesures anciennes peu certaines, obtenues par des observations visuelles et citées par exemple dans le Livre de M. Alfred Angot (*Les aurores polaires*, Chap. IV, 2°; Paris, 1895).

Pendant les heures suivantes jusqu'à l'aube, plusieurs centaines de photographies furent prises qui ont donné environ 450 bonnes déterminations de la hauteur et de la situation de l'aurore. Nous avons environ 70 déterminations de la hauteur des pieds des rayons; elles sont distribuées de cette manière :

Intervalle.	Pour 100 (environ).
km km	
100 à 120	19
120 à 140	37
140 à 160	15
160 à 180	15

Nul cas au-dessous de 100^{km}; seulement 9 pour 100 entre 180^{km} et 300^{km} et quelques cas exceptionnels au-dessus de 300^{km}.

Quant à la distribution de la luminosité le long des rayons, jugée d'après l'impression sur la plaque Lumière employée, elle fut assez régulière, lorsque le pied était au-dessus de 120^{km} environ avec diminution lente vers le haut. Cependant, lorsque le pied descendait dans l'intervalle 100^{km} à 120^{km}, la partie située dans cet intervalle était en général beaucoup plus lumineuse que la partie supérieure. Cela s'explique bien par l'hypothèse que la composition de l'air doit changer rapidement dans cet intervalle, d'une atmosphère nitrogène au-dessous à une atmosphère d'hélium et d'hydrogène au-dessus. Il est ici, comme d'ailleurs pour tous les phénomènes d'aurore, d'une importance capitale de combiner ces déterminations de la hauteur avec des observations spectrographiques simultanées.

Entre $2^h 20$ et $2^h 40$, des photogrammes très intéressants furent pris d'une courte draperie lumineuse qui s'est trouvée située au-dessus de Bergen et de Sognefjord. Le bord inférieur de la draperie n'était que de 82^{km} à 85^{km} au-dessus de la Terre, détermination très exacte à cause de la longue base de 64^{km} entre les stations. Cette hauteur est moindre que la hauteur minimum 87^{km} observée pendant mon expédition à Bossekop en 1913. L'étendue verticale de la draperie fut de 16^{km} environ.

Pendant toute la nuit, des photographies de couronnes d'aurore furent prises, afin d'en déterminer le point de radiation. Nous avons obtenu environ 40 bonnes déterminations dont l'étude détaillée sera réservée au rapport complet. La situation du point de radiation était soumise à des changements rapides; sa hauteur au-dessus de l'horizon était comprise entre 68°,3 et 71°,9 avec moyenne 69°,54. D'après une Communication de l'Observatoire de Christiania, la valeur normale de l'inclinaison magnétique est d'environ 70°,8. D'un intérêt spécial fut une couronne splendide de rayons bleus, entre $3^h 40^m$ et $3^h 46^m$ du matin, le 23 mars, et dont nous prîmes 12 photographies excellentes. Les meilleures donnent, pour la hauteur du point de radiation, de 68°,5 jusqu'à 68°,8.

SISMOLOGIE. — *Nouveaux aperçus de sismotectonique, découlant des tremblements de terre ressentis d'août à décembre* 1922 *dans la partie orientale des Pyrénées*. Note (²) de M. **Octave Mengel**, présentée par M. Bigourdan.

La sismotectonique, science naissante qui étudie l'influence de la structure et de la morphologie du sol sur le déclenchement des séismes et sur le mode de propagation de leurs vibrations, a sa place dans les sciences expérimentales, avec cette particularité que l'expérimentation ne peut avoir qu'un caractère occasionnel, donné par des séismes artificiels, provenant soit d'explosions violentes, soit d'une brusque rupture des couches au fond des mines, ou par des séismes naturels de foyers sensiblement identiques, se répétant à plus ou moins longues échéances. C'est ce cas qui vient de se produire et que j'ai aussitôt mis à profit pour vérifier les hypothèses auxquelles l'induction m'avait conduit (³).

(¹) Voir le paragraphe 39 de mon Mémoire : *Rapport sur une expédition d'aurores boréales à Bossekop et Store Korsnes pendant le printemps de l'année* 1913 (*Geofysiske publikationer*, t. 1, 1921, n° 5, Christiania).

(²) Séance du 3 janvier 1923.

(³) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 540.

Le second semestre de 1922 a été marqué, dans la partie orientale des Pyrénées, par un réveil d'activité séismique accusé par les secousses suivantes :

8 août, $22^h 37^m$, Saint-Paul-de-Fenouillet, degré IV, Llivia. — 10 septembre vers 6^h, Saint-Paul-de-Fenouillet, degré III. — 13 septembre, $9^h 8^m$, Saint-Paul-de-Fenouillet, Maury (IV). — 22, 23 septembre, Saint-Paul-de-Fenouillet, Maury, 4 secousses, la plus forte (VIII), à $0^h 55^m$. — 29 septembre, vers 2^h, Saint-Paul-de-Fenouillet, Maury (III). — 20 octobre, $0^h 55^m$, Cerdagne (V). — 17 novembre, $21^h 10^m$, Haute-Ariège (V). — 10 décembre, $3^h 10^m$, Caramany (IV), Saint-Paul-de-Fenouillet, Vernet-les-Bains. — 28 décembre, $9^h 52^m$, Saint-Paul-de-Fenouillet (VI), Perpignan (IV).

A part le tremblement de terre du 20 octobre, qui rentre dans la catégorie des séismes de Cerdagne, les autres appartiennent au régime séismique nord-pyrénéen. Le plus important est celui du 23 septembre. Son champ vibratoire macrosismique s'étend de la Méditerranée à la Haute-Garonne et de Saint-Pons à Barcelone. Les causes aéro et géodynamiques probables du déclenchement de ces secousses, le détail de leurs manifestations, appuyé par un isosismogramme curieux par les particularités qu'il révèle, ne pouvant trouver place ici, seront développés dans un autre Recueil. Je me bornerai à attirer l'attention sur quelques-unes de ces particularités.

La discussion que j'ai faite des séismes de novembre 1919 et de novembre 1920 a montré que le noyau « calédonien » des Pyrénées jouit d'une asismicité remarquable, fonction de son ancienneté, mais qu'il est bordé à ses deux pôles, le Canigou et la Maladetta, de deux détroits sismiques par lesquels se propagent, d'un versant sur l'autre, les vibrations provenant de foyers hypocentriques situés soit au nord, soit au sud de la chaîne. Le séisme du 23 septembre m'apporte, par une enquête portant sur près de 350 localités françaises ou espagnoles, la confirmation éclatante de cette induction. Son épicentre étant situé plus à l'Est que celui du 28 novembre 1920, et par suite plus rapproché du détroit sismique oriental, il fallait s'attendre à une propagation transversale plus facile vers le Sud. L'onde vibratoire suivant, en effet, le chemin habituel Sournia-Prades-Amélie-les-Bains, pénètre en Espagne par Saint-Laurent-de-Cerdans et se retrouve dans les plaines de Figuères et de Girone. Des résonances beaucoup plus accusées qu'en novembre 1920 se font sentir de nouveau à Barcelone, Bagur et Torroella de Montgri. D'autres sont observées à l'extrémité du cap de Creus, à Collioure et sur un point du littoral du Roussillon, à Saint-Cyprien, où les dépôts alluvionnaires recouvrent d'une

mince épaisseur un promontoire du Dévonien de Thuir. Ces aires discontinues de résonance laissent, entre elles et l'aire vibratoire normale, des « zones de silence » marquées par l'emplacement des massifs primaires du Montseny, de la chaîne Catalane, des monts Gavaras, des Albères et reliées parfois — Rosas à La Bisbal — par des « bandes de silence », sortes d'ombres asismiques projetées à l'arrière des massifs dans des terrains quaternaires ou modernes.

Ceci est un fait général qui ressort nettement de l'isosismogramme du 23 septembre 1922 et qu'accusait déjà celui du 28 novembre 1920. Les massifs montagneux amortissent ou arrêtent les vibrations. Ceux qui sont les plus rapprochés de l'épicentre, tels ceux du Saint-Barthélemy, du Carlit, du Mouthoumet, de la Montagne-Noire, ont des « ombres » moins accusées et semblent, au contraire, créer des nœuds à l'arrière desquels se manifestent des ventres de vibration, dont les plus significatifs sont ceux de Sijean-Roquefort-des-Corbières dans l'Aude, de Saint-Pons-Olargues dans l'Hérault, de Mazamet dans le Tarn, de Castelnaudary à Revel et Avignonet dans la Haute-Garonne, de la Cerdagne, de Saurat-Massat dans l'Ariège de Flassa-Corsà et de Girone-Salt en Catalogne. Dans ces trois derniers centres de renforcement on perçut même deux ou trois des quatre secousses secondaires observées à l'épicentre. Au large de Bagur la mer moutonna sans que les pêcheurs aient pu en saisir la cause.

Mais il y a plus. En 1920 j'ai insisté sur l'asismicité du seuil séparant la Cerdagne de la vallée de la Tet, mise en évidence par l'isosismogramme du 28 novembre. Or celui du 23 septembre reproduit, dans ces parages, celui de 1920 et, fait curieux, il en est de même de celui du tremblement cerdan du 20 novembre dernier dont l'épicentre était au pied de la Sierra de Cadi. Il fut ressenti dans la vallée de la Tet, de Fontpétrousse à Nyer, sans produire la moindre vibration sur l'isthme asismique, ou plustôt *diasismique* de Mont-Louis-Cambre d'Aze.

Il est donc incontestable que l'orographie d'une contrée a un rôle prépondérant dans la propagation des ondes sismiques :

a. Les masses montagneuses arrêtent ou dégradent d'autant plus les ondes macrosismiques, et probablement microsismiques, qu'elles sont plus puissantes et de formation géologique plus ancienne.

b. A égalité de distance de l'épicentre, les dépôts alluvionnaires quaternaires ou modernes vibrent d'autant plus que leur substratum rocheux est moins profondément situé.

c. Les résonances macrosismiques se produisent là où existe une brusque

solution de continuité dans le relief ou dans la composition des éléments en contact; par exemple : eau avec roche des falaises.

Ce dernier point est intéressant en ce sens que si, comme à Bagur, la résonance peut s'exagérer jusqu'à faire moutonner la mer, inversement les chocs successifs des vagues contre les falaises provoquent, comme on le sait, des ondes sismiques qui se propagent à l'intérieur des terres. A l'Observatoire de Perpignan le petit sismographe Wiechert a enregistré autrefois avec une netteté parfaite, pendant des journées entières, le choc des vagues (*cops de Llavan*) que les tempêtes d'E-S-E font déferler sur les caps Creus et Cerbère.

La sensibilité sismique de l'extrémité orientale des Pyrénées, aussi bien pour les séismes proprement dits que pour les phénomènes séismométéorologiques que je viens de mentionner, justifie l'opinion émise par M. Bigourdan en 1908 (1), que j'ai appuyée alors d'une étude rétrospective de la sismicité de la région, sur l'intérêt que présenterait une station sismologique à Perpignan, reliant, sur le bord même de la fosse d'effondrement de la Méditerranée occidentale, le réseau français au réseau espagnol.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la croissance dans deux directions opposées, et sur les marques de friction et de pression des molaires des mastodontes bunolophodontes et des éléphants.* Note (2) de M. **Stefanescu**.

I. Souvent le T_a des molaires des éléphants est précédé de crénelures, pustules, digitations, semilames ou lames complètes; c'est pourquoi je l'appelle talon antérieur double (T_{ad}). Exemple : le T_{ad} des M^3 d'*Elephas trogontherii* de ma collection est formé de deux lames, moins hautes que la première vraie lame de la couronne, contre laquelle elles sont pressées, et ramifiées comme si elles étaient écrasées.

a. La présence du T_a et du T_{ad} nous indique que la molaire croît dans deux directions opposées, à savoir : dans la direction antéro-postérieure par l'opposition de vraies collines ou lames, et dans la direction postéro-antérieure par l'apposition de production du collet (cingulum). A l'appui de cette manière de voir vient le fait suivant : Bolk (3) a remarqué que le germe de m_2 d'*Elephas africanus* commence par une forte protubérance

(1) *Comptes rendus*, t. 146, 1908, p. 97.
(2) Séance du 3 janvier 1923.
(3) *Zur Ontogenie des Elefantengebisses*, p. 19, fig. 17 *a*, *b*, 18 *a*, 1919.

qui « peut être une lame rudimentaire dont la signification morphologique n'est pas claire », mais laquelle, à mon avis, n'est que le T_a formé par le collet de la couronne.

II. D'après Vaćek (¹), le T_a des molaires de *Mastodon angustidens* préserve la première vraie colline contre la résorption due à la pression engendrée par la progression de la molaire. Or, d'après mes recherches, le T_a et les vraies lames ne se résorbent pas, mais s'usent par la mastication. Étant apposé à la partie antérieure de la couronne, le T_a augmente l'étendue de la face trituratrice et fonctionne comme les vraies collines ou lames.

a. Le T_a préserve les vraies lames antérieures de la couronne contre les frictions et les pressions réciproques des molaires et des septums interalvéolaires qui les séparent. Déjà Pohlig (²) et Sörgel (³) ont observé que le T_a et les premières lames antérieures, ainsi que le T_p et les dernières lames postérieures des molaires qui se touchent, sont plus ou moins polies et usées au point de contact. De pareilles *marques de friction* (en allemand *interstitielle Abschleifungen*) se présentent sur la couronne sortie de l'alvéole; la couronne et les racines implantées dans l'alvéole ne présentent que des *marques de pression* (en allemand *Pressionsmarke*), c'est-à-dire des aplatissements, des enfoncements, des flexions, des lacérations, des écrasements, etc.

b. Les marques de pression ont été attribuées par les paléontologistes à la pression que les molaires d'en arrière exercent sur celles d'en avant. Or, d'après mes recherches, il y a corrélation entre les marques de pression présentées par les faces en regard des molaires voisines et les faces antérieure et postérieure des septums interalvéolaires qui les séparent. *J'attribue donc les marques de pression à la pression que les molaires voisines exercent contre les septums interalvéolaires qui les séparent.* Tandis que les marques de pression en regard sont plus ou moins concaves, les faces du septum interalvéolaire qui les sépare sont plus ou moins convexes.

III. Chez les molaires de toutes les espèces d'éléphants, le T_p, les dernières lames et d'autres lames de la couronne sont quelquefois formées de deux moitiés séparées longitudinalement, à partir du sommet jusque près de la base. D'après Sörgel, toutes ces lames formées de deux au lieu de

---

(¹) *Über öster reichische Mastodonten*, 1877, p. 15 et 34.

(²) *Dentition und Kranologie des Elephas antiquus*, 1888, p. 157-159.

(³) *Elephas trogontherii et Elephas antiquus*, 1912, p. 13-16; *Elephas Columbi*, 1921, p. 87-90.

trois piliers sont anormales, et la séparation de leurs deux moitiés est l'effet de la pression. Or, d'après mes recherches, les lames à deux piliers sont tout aussi normales que les lames à trois piliers; les unes et les autres sont formées de deux tubercules congénères fusionnés, plus ou moins, par leurs bords internes, à partir de leur base vers leur sommet.

a. Quant à l'origine des *lames cunéiformes,* lesquelles d'après Sörgel sont des lames complètes qui « dans le cours de leur développement ont été déplacées » et poussées d'un seul côté de la couronne, l'explication est tout autre. D'après mes recherches, chaque lame cunéiforme est réellement une moitié de lame (en allemand *Halblamelle*), formée d'un seul tubercule, l'autre étant avorté, et dès l'origine elle occupe la place où l'on rencontre parmi les autres lames.

b. Sans doute on a fait intervenir l'action de la pression là où naturellement elle n'est pas dévoilée. Mais même si quelquefois l'action de la pression peut être invoquée à juste raison, d'autres fois on peut se demander, si une autre force ne s'est pas associée avec elle pour produire l'effet observé.

Par exemple, d'après Sörgel, la touffe de ramifications qui termine la couronne de quelques molaires d'éléphants est due à la pression qui « décompose le talon et souvent aussi les dernières lames en une agglomération irrégulière de digitations ». Or, pour répondre à cette question, j'ai mis à découvert les ramifications d'une touffe terminale de M_3 d'*Elephas meridionalis* et j'ai constaté qu'elle est une agglomération de digitations, de lames cunéiformes, de lames pseudocunéiformes et de lames complètes, dont la situation, rendue claire par la direction des crêtes radicales, au lieu d'être parallèle aux autres lames, c'est-à-dire normale, est oblique, perpendiculaire ou ployée en angle, c'est-à-dire anormale. Il s'agit donc d'une perturbation insolite survenue dans l'allongement antéro-postérieur de la couronne, indépendante de l'action de la pression des molaires, car derrière les M_3 il n'y a pas d'autres molaires.

J'ajoute que, d'après Pohlig, ces agglomérations de digitations sont l'effet de la croissance très énergique (en allemand *sehr energische Wachstum*).

c. Quant aux ramifications abondantes du T_a et T_{ad} attribuées à la pression, d'après mes recherches *elles sont dues en premier lieu à l'aptitude qu'a le collet à produire des pustules, digitations,* etc. Cette opinion est appuyée par le fait que, même dépourvu de toute marque de pression, le T_a est de beaucoup plus ramifié que les premières vraies lames de la couronne.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur les Hippopotames subfossiles de Madagascar et sur les connexions géographiques recentes de la Grande Ile avec le continent africain*. Note de M. **L. Joleaud**, présentée par M. Émile Haug.

Quatre espèces ou variétés d'Hippopotames subfossiles ont été décrites de Madagascar : *Hippopotamus Lemerlei* A. Grandidier, *H. madagascariensis* G. A. Guldberg, *H. leptorhynchus* A. Grandidier et H. Filhol, *H. amphibius Standini* Monnier et C. Lamberton (1).

Les deux premières dénominations désignent incontestablement une même espèce (2), d'ailleurs assez variable et dans laquelle j'ai observé, par exemple, à côté d'individus présentant les caractères habituels de la dentition tétraprotodonte, c'est-à-dire à première paire d'incisives beaucoup plus grande que la seconde, d'autres exemplaires dont les quatre incisives tendent à devenir subégales. Tel est le cas notamment des deux intermaxillaires droits de jeunes individus récemment découverts à Ampasambazimba, dans la région centrale de la grande île. Ces ossements, que M. Lamberton a eu l'obligeance de me communiquer, portent des incisives dont les axes de l'ellipse de base de la couronne mesurent, chez l'un $15/12^{mm}$ pour I_1, et $11/10^{mm}$ pour I_2, chez l'autre $10/8^{mm},5$ pour I_1 et $9/7^{mm},5$ pour I_2. Une telle tendance a depuis longtemps été signalée chez *H. hipponensis* : Gaudry donne pour le type du Villafranchien de Duvivier (Constantine) 23^{mm} à I_1 et 20^{mm} à I_2 de la mandibule; Pomel indique chez celui du Villafranchien de Saint-Arnaud (Constantine) $25/20^{mm}$ pour I_1 et 18^{mm} pour I_2 de la mandibule; Stromer signale chez ceux de l'Astien de l'oued Natroun (Égypte) à la mâchoire supérieure $15/10^{mm},5$ pour I_1 et $18/13^{mm},5$ pour I_2, à la mâchoire inférieure, dans un premier individu, $23/21^{mm}$ pour I_1 et $16^{mm},5$ pour I_2, dans un deuxième individu, $16,7/16^{mm},5$ pour I_1 et $16/12^{mm}$ pour I_2. Je ne pense cependant pas qu'il faille voir dans les jeunes Hippopotames d'Ampasambazimba les représentants d'une forme très archaïque spéciale, plus ou moins comparable à *H. hipponensis*, mais simplement des témoins de la grande variabilité de *H. madagascariensis*. Filhol et Grandidier avaient déjà signalé d'ailleurs, à côté d'Hippopotames subfossiles à

---

(1) *Note sur des ossements subfossiles de Mananjary* (*Bull. Acad. Malgache*, nouv. série, t. 3, 1916-1917 (1922), p. 211-213, pl. VI-VII).

(2) L. Joleaud, *Contribution à l'étude des Hippopotames fossiles* (*Bull. Soc. géol. France*, 4e série, t. 20, 1920, p. 13-26, pl. I).

incisives très différentes (I_1 : 21^{mm}; I_2 : 15^{mm}), (I_1 : 22^{mm}; I_2 : 19^{mm}), (I_1 : 21^{mm}; I_2 : 17^{mm}), d'autres individus à incisives tendant vers l'égalité (I_1 : 13^{mm}; I_2 : 11^{mm}), (I_1 : 16^{mm}; I_2 : 15^{mm}). Ces derniers, plus petits que les premiers, sont évidemment des jeunes. Blainville a d'ailleurs depuis longtemps fait connaître, chez un très petit *H. amphibius*, des incisives subégales, au nombre de 6 il est vrai.

La place taxonomique du troisième Hippopotame subfossile décrit de Madagascar, *H. leptorhynchus*, espèce non figurée, est impossible à préciser.

Le quatrième, *H. Standini*, d'après les documents que M. Lamberton m'a communiqués, semble bien être un Hippopotame amphibie. Sa mandibule indique une forme de médiocre taille, comparable à *H. amphibius Pentlandi* Meyer, du Pléistocène moyen des régions méditerranéennes (Livournais, Sicile, Malte, Crète). *H. Pentlandi*, comme *H. Standini*, n'atteint que les 3/4 de la taille de *H. amphibius* type et dépasse de 1/4 celle de *H. madagascariensis*. On trouve dans le Néogène méditerranéen deux espèces, dont les dimensions sont à peine plus faibles que celles de *H. Pentlandi* et *H. Standini :* ce sont *H. Pantanellii* Jol. du Pontien de Casino (Toscane) et *H. hipponensis;* mais la première de ces formes a 6 incisives au lieu des 4 de *H. Pentlandi* et *H. Standini* et la seconde se sépare de tous les types du genre par l'émail de ses canines bien moins fortement cannelé.

Une étude de synthèse critique, portant sur de nombreux ossements d'Hippopotames vivants et fossiles de l'Afrique et des régions méditerranéennes, m'a permis de me rendre compte de la très grande amplitude des variations, notamment en ce qui concerne la taille, chez *H. amphibius*. Loin d'appartenir à des phylums différents, les divers types décrits, *H. major* Owen, *robustus* Fraas, *sirensis*, *icosiensis* Pomel, *annectens*, *minor* Falconer, *Pentlandi* Meyer, *melitensis* Forsyth Major, sont tout au plus des variétés à caractère surtout géographique, comme les trois races actuelles du Cap (*H. australis* Duvernoy), du Congo (*H. constrictus* Miller) et des autres parties de l'Afrique (*H. typus* Duv.); on peut d'ailleurs établir dans cet ensemble de formes trois groupes sous-spécifiques basés sur des différences de taille : *H. a. major*, *H. amphibius* (type), *H. a. Pentlandi*.

En Afrique, l'Hippopotame amphibie apparaît au Villafranchien à l'Omo (Éthiopie). Si *H. madagascariensis*, en raison de ses caractères archaïques, peut être considéré comme un type assez ancien, dont la différenciation remonterait au plus au Burdigalien, par contre l'ancienneté de *H. amphibius* ne saurait être reculée au delà du Villafranchien. Les Hippopotames pré-

sentent encore aujourd'hui de remarquables facultés d'adaptation. On en a vu s'avancer un peu au large des bouches du Zambèze, se rendre par mer de l'estuaire d'un fleuve à celui d'un cours d'eau voisin, franchir le détroit entre la côte d'Afrique et l'île de Zanzibar. Néanmoins, ces Pachydermes ne s'écartent jamais de la zone littorale. Madagascar a donc été certainement reliée, pendant la deuxième partie des temps pliocènes ou au commencement de l'ère quaternaire, au continent africain, sinon par une terre complètement émergée, du moins par une chaîne d'îles et de hauts-fonds.

La faune subfossile de Madagascar n'avait été observée que sur les plateaux de l'ouest, du sud et du centre de l'île, avant les toutes récentes observations que viennent de nous faire connaître MM. Monnier et C. Lamberton. Il est curieux de constater que c'est précisément le nouveau point fossilifère décrit par ces auteurs aux environs de Mananjary, sur la côte est, qui a fourni l'Hippopotame amphibie, élément le plus jeune du milieu animal ancien et actuel de Madagascar.

La communication entre la grande île et le continent ne semble d'ailleurs pas s'être faite au Pliocène ou au Quaternaire à la latitude de Madagascar, mais plus au nord, à la hauteur des Comores. Cette toute récente liaison géographique a souvent été comparée à une chaîne d'iles, qu'auraient suivies, en dehors de l'Hippopotame, un Suidé, *Potamochœrus Edwardsi* A. Grandidier, considéré tantôt comme distinct, tantôt comme identique à *P. africanus* Schreb. du continent voisin. Les voyageurs rapportent que le Potamochère à masque aime beaucoup l'eau et affectionne plus particulièrement les fourrés humides, les marécages et les rives des fleuves. Cependant je ne sache pas qu'il ait jamais été vu en mer et par conséquent il est infiniment peu probable qu'il ait jamais traversé des détroits à la nage. La jonction entre Madagascar et l'Afrique à la fin des temps pliocènes ou au Quaternaire fut donc nettement continentale, comme celles qui se produisirent, à plusieurs reprises au cours de la dernière ère géologique, entre la Berbérie et l'Espagne ou l'Italie par les îles méditerranéennes : seulement de vastes marécages devaient la découper de telle sorte qu'aucun animal complètement terrestre ne pût l'emprunter.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les mouvements ondulatoires de l'atmosphère et leur utilisation par l'Aviation sans moteur.* Note [1] de M. **Albert Baldit**, présentée par M. J. Violle.

L'utilisation des courants ascendants atmosphériques par l'Aviation sans moteur pose à la Météorologie une question particulièrement intéressante, celle de savoir s'il existe des courants ascendants se propageant à des distances plus ou moins considérables et susceptibles d'être utilisés pratiquement. Si ces courants existent, est-il possible de les déceler, de les mesurer et d'en annoncer le passage? Existe-t-il une situation de la *carte du Temps* qui soit plus spécialement associée à de tels courants?

Je remarque tout d'abord que les courants ascendants ordinaires par échauffement anormal des couches basses peuvent parfois se propager assez loin, car il peut y avoir combinaison du mouvement vertical de la couche inférieure très chaude avec le déplacement de la couche supérieure à gradient vertical de température exagéré. Le courant atmosphérique possédera une composante ascendante tant que durera l'entraînement vers le haut de l'air chaud. De tels phénomènes, qui sont accompagnés en certains cas de l'enlèvement de matières légères, ne sont pas rares dans nos climats pendant la saison chaude.

Mais, d'une façon générale, les courants ascendants à propagation nette et durable se rencontrent dans les trois cas suivants : 1° à l'avant des dépressions barométriques ; 2° dans les grains et les orages ; 3° dans les mouvements à forme ondulatoire, analogues, dans leurs grandes lignes, aux mouvements ondulatoires simples qui se propagent dans les liquides. Si l'on observe que les mouvements anormaux des grains et des orages, et peut-être des dépressions, possèdent dans une certaine mesure les caractères du mouvement ondulatoire, on reconnaît que cette dernière catégorie englobe une grande partie des mouvements intéressants dans le cas actuel.

Le plus fréquemment, ces mouvements, dont une représentation nous est offerte par la classe spéciale et très étendue des nuages *ondulés*, n'ont pas une grande amplitude et ne peuvent être utilisés pratiquement. Mais il peut arriver que des ondes atmosphériques de grande amplitude (plus de 1^{km}) passent dans l'atmosphère, et que nous n'en avons connaissance que tout à fait par hasard, car rien ne les dévoile à l'observateur, si des appareils spéciaux ne sont pas à ce moment en station à l'endroit voulu.

---

(1) Séance du 3 janvier 1923.

En étudiant la longue série de sondages effectués pendant la guerre à la Station météorologique militaire de Châlons-sur-Marne, sondages effectués avec un ou deux théodolites et avec un ballon captif muni d'anémomètres Rothé, j'ai retrouvé un certain nombre de cas où des mouvements ondulatoires de longue période et de grande amplitude sont passés au-dessus de la station sans provoquer de phénomènes visibles particuliers. Lorsque le mouvement ondulatoire est très développé, les sondages à un seul théodolite effectués à intervalles rapprochés le mettent aisément en évidence, car le passage de l'onde provoque dans le mouvement ascensionnel du ballon-pilote une forte perturbation qui se traduit par une augmentation ou une diminution anormale des vitesses horizontales. La comparaison de ces vitesses avec celles des sondages antérieur et postérieur ainsi que leur rapprochement des vitesses mesurées avec un anémomètre attaché au ballon-captif, permettent de calculer avec une approximation suffisante le mouvement vertical de l'air.

Le 31 mai 1918, à Châlons-sur-Marne, le ciel reste presque complètement clair pendant toute la journée, et le vent souffle des directions N-E depuis le sol jusqu'à 9000^m d'altitude. Sa vitesse est en moyenne de 10^m par seconde à toutes hauteurs.

D'un sondage effectué à 15^h, nous déduisons les vitesses verticales suivantes exprimées en mètres par seconde (les vitesses ascendantes sont précédées du signe +, les vitesses descendantes du signe —) :

Altitude.	Vitesses verticales.	Altitude.	Vitesses verticales.	Altitude.	Vitesses verticales.
m		m		m	
180.......	—1	950.......	0	1840.......	+1
240.......	—1	1050.......	0	2000.......	+2
340.......	—3	1160.......	0	2170.......	+2
440.......	—2	1280.......	+1	2360.......	+3
540.......	—2	1400.......	+1	2520.......	+2
640.......	—1	1520.......	+1	2660.......	+1
780.......	—1	1620.......	0	2790.......	+1
860.......	—1	1720.......	0	2990.......	0

On peut ainsi partager la couche d'air traversée en trois parties : dans la première, s'étendant depuis le sol jusqu'à l'altitude de 1000^m, le mouvement vertical est descendant, avec vitesse maximum de 3 m : sec; dans la seconde, comprise entre 1000^m et 1800^m, l'air n'a pas de mouvement vertical appréciable; dans la troisième partie, située entre 1800^m et 3000^m, le mouvement est ascendant avec vitesse maximum de 3 m : sec.

Si l'on compose ces mouvements verticaux avec le mouvement horizontal du ballon, on peut reconstituer la trajectoire réelle, et l'on arrive à cette

constatation, que le ballon pilote a atteint et dépassé une onde atmosphérique marchant moins vite que lui et dont la forme et les propriétés sont analogues à celles d'une onde sinusoïdale simple à mouvement irrotationnel se propageant dans un liquide.

La propagation de cette onde dans une direction voisine de celle du Nord vers le Sud est confirmée par le fait suivant. A peine venions-nous d'observer le passage de cette onde qu'une communication téléphonique nous avertissait que les ballons captifs du front allemand venaient d'être ramenés au sol, et que les ballons du front français avaient subi des tensions anormales dont la variation dépassait 400^{kg}. Les unités aéronautiques intéressées nous demandaient en même temps des renseignements sur la nature de ce phénomène. Nous pouvons ainsi vérifier *a posteriori* la propagation du mouvement ondulatoire et fixer la distance de propagation à un minimum de 80^{km} au moins. Il est d'ailleurs à peu près certain que la distance réelle a été beaucoup plus considérable. Nous ajouterons que rien dans l'état du ciel ne nous aurait permis de reconnaître le passage de ce phénomène. En particulier la nébulosité est restée constamment nulle ou très faible, sans la présence de nuages autres que quelques fracto-cumulus.

La situation à laquelle semblent se rapporter ces anomalies est très nette. Elle consiste en un anticyclone centré sur les Iles Britanniques. C'est une situation que l'on rencontre fréquemment en saison intermédiaire, en mai et septembre en particulier. Elle se rattache parfois à une avance des isothermes depuis les régions Nord, et constitue une situation intéressante à plus d'un titre. Il est possible que de tels mouvements ondulatoires soient provoqués précisément par l'avance d'une nappe froide venant des latitudes élevées et occasionnant toute une série de phénomènes plus ou moins marqués, orages ou grains, dont le phénomène ondulatoire examiné ici n'est qu'un cas particulier. Ce mouvement aurait dans certains cas quelque analogie avec le phénomène de l'onde solitaire en hydrodynamique.

Comme moyen d'investigation, le ballon captif muni de tensiomètres et d'anénomètres enregistreurs est indiqué. Il constitue un moyen d'étude pratique. En même temps, l'échelonnement de plusieurs ballons sur deux lignes perpendiculaires permet de déterminer les valeurs caractéristiques du mouvement ondulatoire.

L'utilisation de pareils mouvements ascendants par l'Aviation sans moteur consisterait — toutes réserves étant faites sur la rareté et l'irrégularité de ces phénomènes — à évoluer dans le champ des vitesses ascendantes, sans sortir de ce champ. Dans ce cas le déplacement horizontal de l'avion sera donné par le déplacement de l'onde.

MÉTÉOROLOGIE. — *Quantité de chaleur reçue par la Terre au cours des saisons.* Note (¹) de M. **Jean Mascart**, présentée par M. Marcel Brillouin.

L'unité de temps fait défaut aux géologues pour apprécier les intervalles des diverses périodes glaciaires dont ils ont relevé la trace dans les terrains les plus différents : si l'on suppose implicitement que les glaciations ont quelque caractère de périodicité. Il est bien naturel d'en rechercher l'origine dans les variations astronomiques connues de l'orbite terrestre et leurs diverses combinaisons, et la littérature, fort abondante à cet égard, est jalonnée par les travaux de Reynaud, Lyell, Croll, Tchiatcheff, Drayson, etc. De plus, aujourd'hui, il semble que la qualité, la composition variable de notre atmosphère joue un rôle essentiel (Arrhenius), de sorte que le problème résulte d'uue combinaison de causes astronomiques et de causes physiques.

Dès le début, on suppose qu'une période glaciaire correspondant à une moindre quantité de chaleur reçue par la Terre : grave erreur, selon Tyndall, car les abondantes chutes de neiges exigent de la chaleur, ce que Falsan résume sous la forme exacte « le froid tuerait les glaciers »; pas de chaleur, pas d'évaporation, pas de neige, pas de glaciers — tandis que l'excès de chaleur empêche la chute de neige sur les montagnes. Il s'agit donc d'un phénomène d'équilibre : dans le refroidissement progressif du soleil, balancement des conditions favorables au double mécanisme d'évaporation des mers et de condensation sur les glaciers.

Un été qui correspond, comme maintenant, à l'éloignement maximum du Soleil doit-il différer d'un été en relation avec le minimum futur de cette distance? Arago répond négativement car si la plus courte distance les rend plus chauds, la vitesse plus considérable raccourcit le printemps et l'été de 7 jours chacun — d'où compensation; étudiant les deux groupes de saisons dues soit à l'inclinaison, soit à l'excentricité, Reynaud obtient des résultats en contradiction avec ceux d'Arago. Le problème complet reste à résoudre : on sait aujourd'hui que, outre les qualités de l'atmosphère, il peut y avoir certaines compensations d'un à l'autre hémisphère, influences de régimes de courants aériens ou marins, du relief, ou simplement des travaux de l'homme.

Examinons de plus près la conclusion d'Arago.

(¹) Séance du 3 janvier 1923.

Supposons constant le pouvoir émissif du Soleil à faisceau calorifique parallèle : la quantité de chaleur reçue par la Terre est celle que recevrait un disque de même rayon, de plan constamment normal au rayon vecteur. Soient a, u, e le demi-grand axe, l'anomalie excentrique et l'excentricité de l'orbite terrestre; q la quantité de chaleur que reçoit la Terre à l'unité de distance et pendant l'unité de temps; à la distance r et pendant le temps dt elle recevra $q\frac{dt}{r^2}$ et, pendant un intervalle de temps θ,

$$Q = q\int_0^\theta \frac{dt}{r^2} \qquad \text{avec} \qquad r = a(1 - e\cos u).$$

Or, en vertu de la loi des aires,

$$\frac{2\pi t}{T} = u - e\sin u \qquad \text{ou} \qquad dt = \frac{T}{2\pi}(1 - e\cos u)\,du,$$

T étant la durée d'une année tropique, d'où

$$Q = \frac{qT}{2\pi a^2}\int_{u_0}^{u_1} \frac{du}{1 - e\cos u}.$$

Posons

$$\tang\frac{u}{2} = \lambda, \qquad \cos u = \frac{1-\lambda^2}{1+\lambda^2}, \qquad \sin u = \frac{2\lambda}{1+\lambda^2}, \qquad du = \frac{2\,d\lambda}{1+\lambda^2},$$

$$\tang\frac{w}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tang\frac{u}{2} \qquad (w = \text{anomalie vraie});$$

il vient

$$\int_{u_0}^{u_1} \frac{du}{1 - e\cos u} = \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} \frac{2\,d\lambda}{1 - e + (1+e)\lambda^2} = \left[\frac{2}{\sqrt{1-e^2}}\,\text{arc tang}\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\,\lambda\right]_{\lambda_0}^{\lambda_1}$$
$$= \left[\frac{2}{\sqrt{1-e^2}}\,\text{arc tang}\left(\tang\frac{w}{2}\right)\right]_{w_0}^{w_1} = \left[\frac{w}{\sqrt{1-e^2}}\right]_{w_0}^{w_1}$$

ou

$$Q = \frac{qT}{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}\,[w]_{w_0}^{w_1}.$$

Or, le commencement des quatre saisons est marqué par les valeurs

$$0, \qquad \frac{\pi}{2}, \qquad \pi, \qquad \frac{3\pi}{2}$$

de la longitude du Soleil et, pendant chaque saison, l'anomalie vraie et la longitude varient de $\frac{\pi}{2}$. Donc :

La Terre reçoit la même quantité de chaleur $\frac{qT}{4a^2\sqrt{1-e^2}}$ *pendant chacune des quatre saisons* et l'on voit, très simplement, l'influence que peuvent avoir les variations à longue période de a et e.

On pouvait, aussi, raisonner directement : la quantité de chaleur reçue pendant un temps θ est, à un facteur constant près, $S\frac{dt}{r^2}$; or dt est proportionnel à l'aire élémentaire décrite $r^2\,d\omega$, et $S\frac{dt}{r^2}$ est proportionnel à $S\,d\omega$. Or pendant chaque saison, $S\,d\omega = \frac{\pi}{2}$, donc....

Le point vernal a un mouvement rétrograde annuel de $50''$ (la ligne des apsides tournant de $11''$ dans le sens direct) et se rapproche ainsi du périgée de $1'$ par an; l'équinoxe se produit donc lorsque le Soleil est en des points différents de son orbite, faisant varier la durée des saisons : le solstice d'hiver, qui se présente actuellement vers l'époque du périhélie, correspondra à l'aphélie dans 10000 ans $\left(\frac{180^\circ}{1'}\right)$.

Sans faire intervenir les rôles distincts des deux hémisphères, car la Terre n'est pas un simple disque, avec les phénomènes très complexes d'échanges et de compensation partielle, on voit par ce qui précède que la Terre *reçoit* la même quantité de chaleur en été qu'en hiver, puisque celle-ci est la même pendant les durées qui séparent les passages successifs du Soleil en quatre points de son orbite dont les angles polaires diffèrent de 90°.

Mais, pour le phénomène *complet*, le temps intervient cependant, car le Soleil ne couvre pas toute la sphère céleste : jour et nuit, la Terre rayonne vers l'espace la chaleur qu'elle a reçue du Soleil, et pendant plus longtemps quand la saison est plus longue; de sorte que, *au total*, quand le Soleil est loin, la Terre reçoit algébriquement moins de chaleur de l'ensemble des astres, et la compensation indiquée par Arago est inexacte.

HYDROLOGIE. — *Considérations sur la formation des sources.* Note (1) de M. F. Diénert.

On sait qu'il existe deux sortes de sources : les sources d'affleurement et les sources de thalweg.

On distingue deux types de sources d'affleurement : les unes sortent du

(1) Séance du 3 janvier 1923.

sol aux points bas des affleurements des vallonnements de la couche imperméable sur laquelle repose l'eau souterraine. Les autres résultent du recoupement des diaclases souterraines par une vallée plus ou moins profonde, par exemple les sources de Cailly dans la vallée de l'Eure.

Les sources de thalweg se sont formées grâce à une ou plusieurs fissures verticales qui ont permis de faire communiquer les diaclases plus ou moins profondes avec la surface du sol. Aux sources de Bourron (vallée du Loing) les forages exécutés en vue du captage de ces eaux ont rencontré à 20^m et 30^m de profondeur des diaclases très aquifères, donnant de l'eau jaillissante ayant une composition chimique et une température uniformes.

On doit admettre que progressivement, par suite du drainage intensif exercé par la source sur les eaux environnantes, les diaclases se sont agrandies peu à peu aux alentours de la source surtout par l'action mécanique et, à un degré moindre, par l'action chimique des eaux courantes.

On tire de cette constatation deux conclusions d'ordre pratique : la première c'est qu'aux alentours d'une source de thalweg on peut faire des forages avec la probabilité, dépassant souvent 95 pour 100, de rencontrer à une profondeur variable une diaclase débitant de l'eau. La seconde conclusion c'est que dans le cours des temps les diaclases s'agrandissent et la source doit augmenter de débit tant que la réserve souterraine est suffisante pour fournir, en plus des pluies annuelles, l'appoint d'eau débité en supplément par les diaclases élargies. Quand cette réserve sera épuisée le débit de la source variera avec les saisons et l'intensité des pluies. Les eaux infiltrées seront rejetées si rapidement par le sol, qu'en saison sèche, ces sources s'assécheront.

Un exemple typique d'une source de ce genre est fourni par les sources de Druyes-les-Belles-Fontaines, dans l'Yonne.

L'eau d'une source peut provenir de couches géologiques différentes. Les fissures verticales qui font communiquer les diaclases avec la surface du sol sont susceptibles de descendre à travers deux ou plusieurs couches géologiques superposées. Dans un gisement géologique déterminé, comme aux sources de Bourron, les eaux peuvent provenir de diaclases situées à des profondeurs ayant entre elles une différence de 10^m, tout en ayant la même température (11°,2). Nous avons constaté qu'aux sources de Mandres (Vallée d'Yerres) on récoltait, dans la galerie de captage, des eaux ayant une température de 12°,1, et d'autres eaux ayant une température de 13°,9. Ces eaux proviennent de diaclases situées à des profondeurs très différentes. Les eaux les moins chaudes sortent de fissures situées

à 5^m ou 6^m de profondeur dans le travertin de Champigny, les eaux les plus chaudes sont issues d'une profondeur de plus de 50^m, c'est-à-dire de la partie inférieure du Bartonien ou de la partie supérieure du Lutécien.

L'analyse chimique montre que ces eaux se différencient par leur teneur en silice et en alumine.

	Eau à 12°,1.	Eau à 13°,9.
Résistivité électrique en ohms à 18°	2250	2205
Silice (mg par litre)	12,4	19,8
Fer et alumine (mg par litre)	1,8	7,8 (surtout Al^2O^3)
Chaux	134,4	134,2
Magnésie	10,6	12,0

Quand on pompe peu dans cette galerie, on a des eaux chaudes; la température s'abaisse quand on pompe d'une façon intensive.

Je suis porté à croire, par l'exemple des sources de Mandres, que les fissures verticales, qui facilitent l'arrivée des eaux souterraines à la surface du sol, ne se sont pas formées fortuitement dans ces terrains sédimentaires en place. Une cause dynamique inconnue a dû intervenir qui a affecté les couches géologiques plus ou moins profondes.

Cet exemple montre encore, comme nous n'avons jamais cessé de le répéter, que la détermination de la température de l'eau d'une émergence présente le plus grand intérêt pour situer approximativement la couche géologique et le périmètre d'alimentation de cette eau.

Si, dans le cours d'une année, on constate une variation brusque de température après les pluies, c'est que la source reçoit très rapidement des eaux superficielles. Si la variation est lente et en rapport avec la température de l'atmosphère, la source provient d'une couche géologique peu épaisse et très superficielle. Enfin si la variation de température dépend soit du pompage, soit du débit de l'eau de l'émergence, il y a lieu de soupçonner l'arrivée d'eau de profondeurs diverses.

HYDROLOGIE. — *Sur l'emploi de l'émanation du thorium en inhalation.* Note (1) de MM. **J. Cluzet** et **A. Chevallier**, présentée par M. Charles Richet.

Les dérivés du thorium ne sont actuellement utilisés, comme médicaments, qu'en injection ou en boisson; or nous avons été conduits à admi-

(1) Séance du 3 janvier 1923.

nistrer directement, par la voie respiratoire, l'émanation du thorium produite par les sédiments de la station de l'Échaillon, dont nous avons précédemment étudié la radioactivité [1]. Ces sédiments, débarrassés de diverses substances inactives, donnent une poudre dont la radioactivité α est légèrement inférieure à celle de l'oxyde d'uranium, à quantité et surfaces égales. Voici les dispositifs très simples que nous avons adoptés, soit dans nos recherches expérimentales, soit dans nos essais thérapeutiques, pour faire inhaler l'émanation du thorium produite constamment par la poudre, riche en radiothorium :

Un flacon à double tubulure, de 3^l de capacité, contient au fond environ 200^g de notre substance radioactive; un tube de verre conduit à la partie inférieure du flacon l'air venu de l'extérieur, tandis qu'un autre tube, muni à son orifice interne d'un manchon de plusieurs épaisseurs de gaze, destiné à empêcher la sortie de la poudre, permet d'effectuer l'aspiration. L'émanation produite dans le flacon est ainsi entraînée en grande partie par le courant d'air, lorsque le tube d'aspiration est réuni soit à un embout que le sujet tient entre ses lèvres, soit à un masque à deux soupapes qui est appliqué sur la figure, de telle sorte que le nez et la bouche soient recouverts. Au cours de nos recherches expérimentales, le tube d'aspiration communiquait avec une cloche dans laquelle se trouvait enfermé l'animal; une trompe à eau établissait dans la cloche un appel continu de l'air chargé d'émanation. Afin d'augmenter la surface d'émission de la poudre radioactive, nous avons aussi placé celle-ci dans un tube métallique de 1^m de longueur et de 5^{cm} de diamètre, maintenu toujours horizontalement et ouvert à ses deux extrémités. Afin d'éviter l'entraînement de la poudre, un sac de fine flanelle occupait toute la longueur de la partie axiale du tube, de telle sorte que l'ouverture du sac était fixée à l'orifice d'aspiration : la poudre se trouvait enfermée dans l'espace annulaire compris entre les parois métalliques du tube et le sac de flanelle.

Nous avons mesuré, au moyen d'un électroscope gradué en volts, la quantité d'émanation en équilibre, ou produite en 76 secondes, dans chaque appareil; l'évaluation était exprimée en unités maches, c'est-à-dire en millièmes d'unité électrostatique, la définition du curie s'appliquant proprement à l'émanation du radium. Avec le flacon on obtient 477,5 maches pour l'émanation en équilibre, soit 350 maches par minute; avec le tube, on obtient 764 maches, soit 500 maches par minute.

La dose appliquée variait suivant le but thérapeutique poursuivi. Dans les cas où une dose relativement forte était indiquée, comme dans la leucémie, l'inhalation, effectuée avec le tube, avait une durée moyenne de 48 heures réparties suivant 15 jours consécutifs; on peut évaluer à

---

(1) *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 1163.

1650240 maches la quantité d'émanation de thorium produite par l'appareil pendant ce temps. Mais dans les cas comme dans l'anémie, où une dose plus faible paraissait préférable, les inhalations étaient effectuées avec le flacon et avaient une durée de 20 heures réparties dans 10 jours consécutifs; l'appareil produisait alors 429750 maches pendant toute la durée de l'application.

Par suite de la fréquence des inspirations, aussi bien que par suite de la proximité de la bouche et du radiothorium, on peut admettre que la dose absorbée par le patient est voisine de la quantité d'émanation en équilibre; d'ailleurs les mesures effectuées en plaçant l'électroscope entre l'appareil et le masque, pendant une séance d'inhalation, donnent une dose qui se rapproche beaucoup de la quantité en équilibre. Nous nous sommes arrêtés aux doses thérapeutiques ci-dessus à la suite d'un certain nombre d'observations, où les résultats ont été bien caractérisés, soit par la destruction des leucocytes anormaux dans les leucémies, soit par l'augmentation du nombre des hématies dans l'anémie, soit par l'élimination considérable de l'acide urique dans l'urine des uricémiques. Ces doses peuvent être considérées comme certainement efficaces, mais il y aurait danger à les dépasser notablement. Dans nos expériences sur le cobaye, la mort, précédée d'une leucopénie extrême, est survenue après 8 jours de séjour dans la cloche; la quantité d'émanation produite pendant ce temps était de 4125620 maches.

En somme, en utilisant le radiothorium d'une station hydrominérale pour employer directement l'émanation du thorium, en inhalation, nous avons obtenu des résultats thérapeutiques analogues à ceux que donnent les autres modes d'emploi de la radioactivité.

MYCOLOGIE. — *Sur les jardins à champignons de l'* Eutermes Matangensis *Haviland*. Note de M. **Jean Bathellier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Les *Eutermes* ou Termites possédant des soldats *nasuti*, passent pour ne point faire, en général, de cultures mycéliennes [1] : celles-ci étant connues jusqu'ici, presque exclusivement, chez les Termes vrais.

L'*Eutermes matangensis* Haviland m'a fourni l'occasion d'étudier des cultures de champignons incontestables.

---

[1] O.-M. Bequaert (*Rev. zool. afric.*, t. 2, 1913, p. 396) a signalé du mycélium avec des champignons à chapeaux à la surface du nid ou des galeries de divers *Eutermes* africains, mais ces végétations ne sont point produites sur des meules comme dans les Termites champignonnistes.

Ce Termite place au-dessus du sol l'habitation de la reine où l'on trouve aussi les jeunes à certains moments de leur existence. Le nid est situé sur les arbres, dans le bois pourri des branches mortes ou bien à l'intérieur des murs dans les interstices de la maçonnerie. Les rocailles naturelles doivent aussi pouvoir en abriter. Il est constitué simplement par les fentes et cavités du substratum que l'insecte tapisse et garnit de cloisons en « carton de bois ».

Le nid est en relation avec le dehors par plusieurs galeries verticales, faites de la même matière; d'autres galeries se produisent au moment où la ponte de la reine paraît plus intense : au printemps et en été. Celles-ci s'enfoncent dans la terre et mènent à des chambres contenant les cultures mycéliennes. J'ai cherché inutilement chambres et cultures en automne : les insectes paraissent les avoir alors désertées et les pluies les avoir détruites.

Le 19 juillet 1922, j'examinai une termitière à ce point de vue et les résultat obtenus peuvent servir d'exemple.

Sur l'emplacement du réseau de conduits superficiels souterrains, je creusai une petite tranchée qui rencontra, vers 20^{cm} de profondeur, une cavité contenant une meule à champignons; cette cavité était en relation avec les galeries souterraines et avait le même poli intérieur.

Fouillant de plus en plus à droite et à gauche, je constatai que le même système de canaux réunissait entre elles toute une série de chambres analogues : j'en trouvai 12 dont la profondeur variait de 7^{cm} à 20^{cm}.

Toutes ces chambres, polies comme je l'ai dit plus haut, contenaient, sauf une, des meules à champignons. Ces meules étaient irrégulièrement ellipsoïdes, parfois en forme de rein, parfois encore plus contournée. Les angles en étaient soigneusement arrondis. A la base on distinguait parfaitement les très petits orifices qui servent à la circulation des habitants : j'en ai observé de un à trois. La plus grande dimension des cavités variait de 3^{cm} à 5^{cm}, leur plus petite de 2^{cm} à 3^{cm}. J'ai pu en conserver quelques-unes en détachant la motte où elles étaient creusées.

Quant aux meules elles-mêmes, les plus grosses avaient environ $4^{cm} \times 3^{cm}$ et les plus petites 1^{cm} dans tous les sens. Leur forme correspondait à celle de la chambre qui les contenait. Elles étaient faites d'une matière jaunâtre, ocreuse, disposée en travées laissant entre elles des vides irréguliers et étroits. Le modelé général rappelle celui de l'amande des noix. On peut aussi penser à certains madrépores, ou même, pour les parties les plus compactes, à un cerveau de mammifère. On les trouvait couvertes de très

petites mycotêtes blanches. La substance élémentaire se présente sous forme de grains sphériques, juxtaposés, d'environ $0^{mm},5$ de diamètre, rappelant tout à fait les œufs de poissons. Ces grains devaient posséder une consistance assez ferme lorsqu'ils ont été accumulés : ils ont bien conservé leur aspect arrondi. Ils adhèrent peu les uns aux autres. La meule de l'*Eutermes matangensis* est très friable.

L'observation microscopique m'a montré que la substance des meules est formée de débris ligneux peu digérés et tels que l'ornementation des cellules et des vaisseaux du bois est encore très reconnaissable. Les tissus sont peu dilacérés, il y a des fragments comprenant de nombreux éléments cellulaires. On trouve une matière tout à fait semblable dans la partie antérieure de l'intestin moyen des Termites.

Les mycotêtes ont exactement la structure et l'évolution de celles que j'ai observées chez les *Termes* vrais et des *Coptotermes*. Or j'ai pu suivre le développement de ces dernières et je suis en possession de faits précis établissant que le champignon ainsi cultivé est un *Xylaria*.

Le cas des Eutermes me semble donc devoir être ramené, à cet égard, à celui des *Termes* vrais.

PHYSIOLOGIE. — *Ferments oxydants et thermogenèse.*
Note (¹) de M. G. **Marinesco**, présentée par M. Charles Richet.

Nos recherches histologiques, pratiquées avec la méthode des oxydases, nous permettent d'établir une relation étroite entre le niveau thermique différent des animaux dits homéothermes, hétérothermes ou hibernants et la quantité de ferments oxydants qu'on peut déceler, par la méthode histologique des oxydases, chez ces animaux. En effet, lorsqu'on examine les organes d'oiseaux on est frappé par la richesse des oxydases qui s'y trouvent, principalement dans les différents muscles et davantage encore dans le grand pectoral. Dans les fibres musculaires, les granulations sont disposées d'une manière linéaire et siègent à la surface des fibrilles musculaires. Il est à remarquer que la densité et le volume de ces granulations diffèrent suivant les fibres musculaires, car il y a des fibres plus riches que les autres en ferments oxydants. Le cœur des oiseaux est plus riche en oxydases que celui des mammifères et encore plus que celui des batraciens.

(¹) Séance du 3 janvier 1923.

Les ovules, comme d'ailleurs tous les organes, sont également très riches en ferments oxydants et en lipoïdes, mais il y a encore un autre phénomène d'une importance moyenne, c'est la présence d'un nombre plus ou moins considérable d'oxydases dans l'intérieur des globules rouges; leur quantité varie selon l'espèce des oiseaux. Elles siègent au voisinage du noyau où elles forment comme une espèce de couronne autour de cet organe.

Le système nerveux, les ganglions périphériques et les muscles, de même que les autres organes des animaux hétérothermes contiennent une quantité moins considérable de ferments oxydants que les mêmes organes chez les animaux homéothermes et surtout chez les oiseaux, et cette quantité est encore plus réduite pendant l'hibernation.

C'est ainsi que les muscles de la grenouille en hibernation sont très pauvres en oxydases et celles-ci existent surtout au voisinage des petits vaisseaux qui contiennent des oxydasophores. Mais ce qui est remarquable et fait contraste avec tous les autres muscles striés de la grenouille en hibernation, c'est la grande quantité d'oxydases qui existe dans le muscle cardiaque chez elle pendant toutes les saisons. On sait d'ailleurs que, au point de vue du métabolisme, le cœur de grenouille se comporte comme le cœur des mammifères. C'est là une preuve éclatante en faveur de la relation qui existe entre la quantité des oxydases et l'énergie fonctionnelle d'un organe donné. Ensuite la quantité de ferments oxydants dans les muscles est fonction du degré de la température ambiante. On peut faire apparaître, dans les fibres striées, un grand nombre de granulations d'oxydases si l'on garde la grenouille en hibernation pendant quelques jours, à la température de 20°.

Ces constatations nous autorisent à introduire dans la genèse de la chaleur animale et la conservation de l'équilibre thermique un nouveau facteur, à savoir : la quantité d'oxydases contenues dans les organes et le système nerveux des homéothermes et des hétérothermes. Les premiers sont polyoxydasiques, et les seconds oligooxydasiques ou pœcilooxydasiques. Le système nerveux de ces derniers animaux étant pourvu d'une quantité variable d'oxydases, celles-ci ne peuvent pas entretenir l'équilibre thermique de l'organisme. Aussi sont-ils très influençables par le milieu. Par contre, chez les animaux homéothermes, animaux polyoxydasiques, la quantité d'oxydases est considérable dans le système nerveux et dans les organes. Il y a plus, les hématies nucléées des oiseaux sont pourvues d'oxydases, tandis que celles des animaux oligooxydasiques, malgré qu'elles soient également nucléées, n'en contiennent presque pas. Par conséquent, chez les

oiseaux il y a des phénomènes d'oxydation, non seulement dans l'intimité des tissus, mais également dans ce tissu liquide qui s'appelle le sang. Et, à ce point de vue, il est à rapprocher de la température plus élevée des fœtus des mammifères de celle des oiseaux.

En effet, pendant les premières époques de la vie embryonnaire, comme je l'ai constaté chez l'embryon et le fœtus humain, les globules rouges nucléés sont pourvus de ferments oxydants.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Recherches sur le* P_H *d'arrêt de la division de l'œuf d'Oursin*. Note de MM. **F. Vlès**, **J. Dragoiu** et **M. Rose**, présentée par M. Henneguy.

On sait que l'augmentation de la concentration des ions H^+ extérieurs est susceptible d'arrêter la prolifération cellulaire : les bactériologistes ont depuis longtemps montré que les bactéries ont, dans l'échelle des P_H, une limite de croissance caractéristique de l'espèce. Les cultures de tissus de Vertébrés présentent des propriétés analogues [1]. Un abaissement de P_H, comme l'a récemment indiqué Gray [2], sans préciser les valeurs du phénomène, est également susceptible d'arrêter réversiblement la division de l'œuf d'Oursin. D'une manière générale, il est d'ailleurs évident, d'après les conceptions actuelles de Loeb, que des conditions physico-chimiques dépendant des modifications des ions H^+ soient susceptibles de toucher de très près des facteurs importants du mécanisme de la division. Nous avons cru devoir reprendre l'étude systématique de ces phénomènes sur la division de l'œuf d'Oursin.

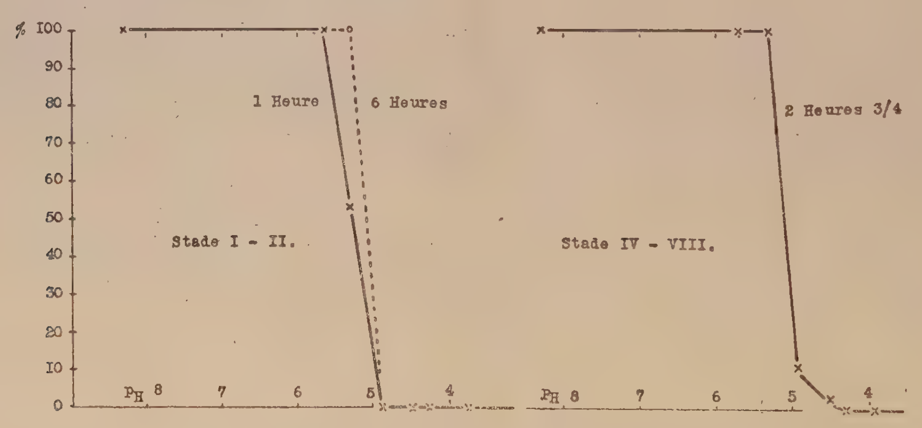
Les œufs (de *Paracentrotus lividus* Lk), fécondés normalement dans l'eau de mer, étaient, au début de l'étirement du fuseau de la première division, immergés, par lots de quantités égales provenant de la même origine, dans des quantités égales de liquides de divers P_H dont on trouvera la préparation plus loin. Sur les œufs en expérience (et sur des témoins normaux évoluant parallèlement), on faisait périodiquement des numérations statistiques permettant de déterminer le pourcentage d'œufs ayant terminé correctement leur première division, de ceux bloqués ou ayant pris une évolution anormale.

---

(1) Krontowski et Razimowska, *Journ. of Physiol.*, t. 56, 1922.

(2) Gray, *Quart. Journ. of Micr. Sc.*, 1922.

Les solutions étaient établies par acidification d'eau de mer au moyen de HCl concentré, suivant une technique déjà décrite (¹). Ces solutions étaient soigneusement établies, avec les corrections de salinité d'usage, par comparaison avec les étalons usuels (acide acétique, acétate de Na, Walpole, etc.), la mesure colorimétrique étant faite soit par la comparaison en tubes du procédé Sörensen, soit par la méthode spectrophotométrique [Vlès (²)].



Pourcentage des œufs ayant terminé la première et la troisième division dans les eaux de mer de P_H décroissants après les temps d'immersion indiqués sur les courbes.

Les résultats obtenus dans ces conditions ont été les suivants :

1° Pour les P_H élevés (entre l'eau de mer normale, P_H 8,1 et P_H 6 environ), les modifications sont très faibles. Tout au plus note-t-on souvent une légère augmentation du pourcentage des œufs segmentés par rapport aux témoins normaux; ce dernier fait est à rapprocher de ce qu'ont vu Girard et Audubert (³) pour les bactéries soumises à l'action de cations, dont le premier effet est de produire une excitation de croissance.

2° Pour les P_H faibles, inférieurs à 4, le blocage de la division est au contraire total; 100 pour 100 des œufs en division se retrouvent à la fin à l'état sphérique, avec des modifications d'aspect qui seront décrites ultérieurement.

3° Dans la zone étroite intermédiaire qui va de P_H 6 à P_H 4 environ, on observe un brusque fléchissement dans la vitesse de la division; le pourcen-

(¹) Vlès et Nouel, *Arch. Physique biol.*, 1922.
(²) Vlès, *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 643.
(³) Girard et Audubert, *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 351.

tage des œufs divisés passe de 100 à 0. Dans les P_H les plus élevés de cette zone, le développement, lorsqu'il se continue, est simplement ralenti et se fait avec apparitions de formes anormales; en particulier on voit naître des stades à trois blastomères analogues à ceux que l'on connaît dans certaines parthénogenèses expérimentales. L'inhibition totale de la division correspond, pour la moyenne des œufs et dans les conditions de nos expériences (température 18°), à une valeur critique comprise entre P_H 5,2 et P_H 4,9.

Des expériences équivalentes, faites sur les divisions postérieures à la première, donnent des résultats analogues, sauf que les valeurs critiques semblent se déplacer très légèrement vers les faibles P_H en fonction du stade. Dans certains cas s'observent des aspects correspondant à des refusionnements entre blastomères, tenant visiblement aux modifications de tension superficielle apparues au point de contact entre les blastomères et le liquide environnant. Enfin, au voisinage du point critique, dans les expériences prolongées, se montrent de nombreuses cytolyses.

Il y a lieu de remarquer que le P_H intérieur de l'œuf d'Oursin normal paraît être assez bas. Déjà Schucking (1903) (¹) avait noté la forte acidité de l'œuf; Warburg, Harvey, Herlant (²) ont décrit que le rouge neutre, en coloration vitale, est pris par l'œuf en *rouge* et non en *jaune*, ce qui indique un P_H inférieur à 8. En suivant au microscope l'écrasement d'œufs dans des indicateurs, on constate que la substance des œufs au diaster prend initialement le rouge méthyle en *jaune* et non en *rouge*, le brown-thymol-blue et le brown-crésol-purple de Clark et Lubs en *jaune* et non en *bleu* ou en *violet;* avec les réserves à faire pour les « corrections protéiques » inconnues dans de telles conditions, mais vraisemblablement importantes, le P_H intérieur de l'œuf devrait donc être à ce moment grossièrement compris entre 5 et 6. La division est donc inhibée au moment où le P_H extérieur traverse une zone critique renfermant la valeur *initiale* du P_H intérieur (³). Quoiqu'il soit certain, en vertu des équilibres de Donnan, que le P_H intérieur de l'œuf

---

(¹) SCHUCKING, *Pflüger's Arch.*, 1903.

(²) WARBURG, *Zeit. physiol. Chem.*, 1910. — HARVEY, *Carnegie Inst.*, 1913. — HERLANT, *Arch. de Biol.*, 1920.

(³) On pourrait se demander si, en retournant le problème et en le généralisant, la détermination du P_H d'arrêt de la prolifération d'un élément cellulaire quelconque ne pourrait pas être utilisée pour nous donner un renseignement sur le P_H, intérieur de cet élément, et si nous n'avons pas là par hasard la base d'une méthode qui serait, pour les ions H, un parallèle à la méthode plasmolytique de de Vries.

plongé dans la solution acide ne soit pas resté identique à ce qu'il était alors que l'œuf baignait dans l'eau de mer, on peut supposer que nous avons fait descendre la différence de potentiel entre l'intérieur et l'extérieur jusqu'à une valeur incompatible avec l'équilibre normal des colloïdes de l'œuf. La répercussion de ce phénomène sur la tension superficielle, la viscosite intérieure, etc. se concevrait.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Mélange des tartrates et phosphates envisagés comme tampons. Action antagoniste du chlorure de calcium.* Note [1] de MM. **L.-J. Simon** et **L. Zivy**.

Nous avons montré antérieurement [2] l'influence de doses croissantes de chlorure de calcium sur la neutralisation de l'acide tartrique en présence d'hélianthine : la figure II en est l'expression graphique. Les sels de calcium des acides minéraux forts doivent se comporter comme le chlorure. La figure I représente l'action exercée par les sels de calcium de deux acides organiques forts : les acides trichloracétique et pyruvique. Pour ce dernier on observe encore une diminution notable de la zone neutre à l'hélianthine et à la phtaléine, mais l'action perd de sa netteté.

Le phénomène présenté par l'acide tartrique lui est très particulier. Avec les acides malique, succinique, malonique, citrique on n'observe rien de semblable. On retrouve quelque analogie avec les saccharate et oxalate monopotassiques, et encore cette analogie est-elle très atténuée surtout pour le premier. Pour l'acide oxalique, comme le montre la figure II, la neutralisation exige le même volume d'alcali en présence des deux indicateurs, autrement dit la zone neutre disparaît lorsque l'excès de chlorure de calcium est suffisant : voilà l'analogie. Mais pour des additions moindres, les courbes pour les acides oxalique et tartrique sont loin de se confondre, et en outre les virages à l'hélianthine pour l'acide oxalique, étalés et progressifs, sont d'autant plus difficiles à saisir que la quantité de chlorure est plus faible.

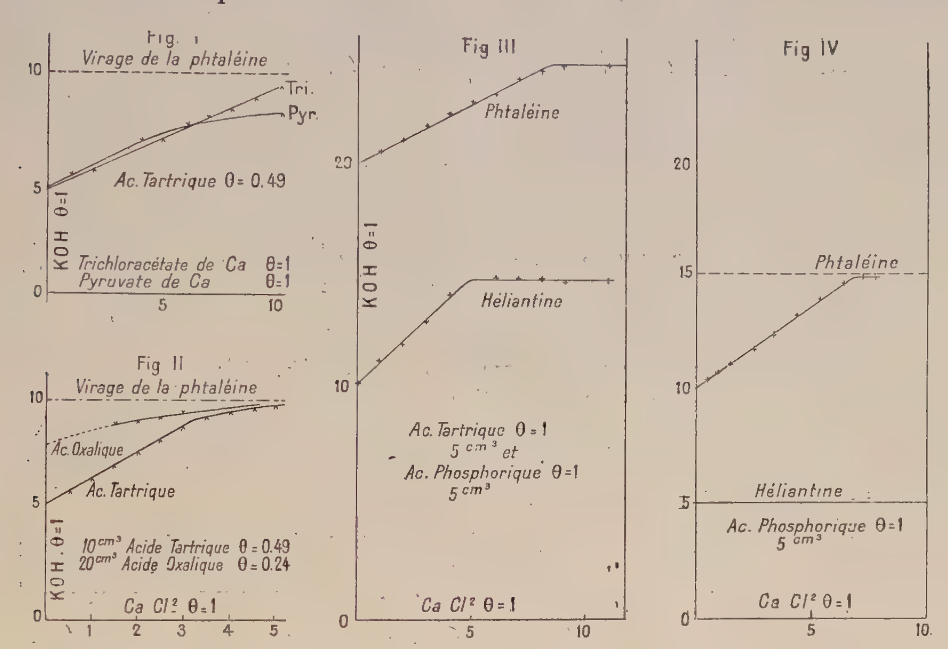
Un cas intéressant est celui de l'acide phosphorique, à cause du rôle fondamental qu'il joue dans la cellule vivante. On se trouve ici en présence d'un phénomène étudié par les chimistes et qui doit être signalé à l'attention des biologistes. Chacun sait comment se comporte l'acide phospho-

---

(1) Séance du 3 janvier 1923.

(2) *Comptes rendus*, t. **175**, 1922, p. 620 et 887.

rique à la neutralisation soit en présence d'hélianthine, soit en présence de phtaléine : c'est cette allure qui fait du mélange des deux phosphates mono et bialcalin *le tampon de Fernbach*.



L'addition de chlorure de calcium ne modifie pas la neutralité à l'hélianthine : le mélange de phosphate monoalcalin et de chlorure de calcium est neutre à ce réactif. Il n'en est plus de même en ce qui concerne la phtaléine pour le mélange de phosphate dialcalin et de chlorure de calcium. Pour faire apparaître d'une manière stable dans un tel mélange la coloration rose de la phtaléine, il faut introduire 1^{mol} de potasse pour 1^{mol} de phosphate. Tout se passe *finalement* comme s'il se précipitait du phosphate tricalcique. La neutralisation de l'acide phosphorique dans ces conditions peut se formuler

$$2\,PO^4H^3 + 3\,CaCl^2 + 6\,KOH = (PO^4)^2Ca^3 + 6\,KCl + 6\,H^2O.$$

En réalité, la dynamique de cette réaction est plus compliquée; les réactions ne sont pas instantanées et le virage est difficile à saisir. Le dosage, pour comporter une certaine précision, doit être effectué dans des conditions déterminées par Imbert et Pagès (¹).

Par des additions régulièrement croissantes de chlorure de calcium, on obtient les résultats inscrits dans la figure IV. La zone neutre des phos-

(¹) *Journ. de Pharm. et de Chim.*, t. 7, 1900, p. 378.

phates s'élargit jusqu'à se doubler sans que le seuil d'acidité à l'hélianthine soit modifié. Pour juger de l'intérêt de cette remarque il n'y a qu'à se reporter à la Note [1] de Fernbach et Hubert, dans laquelle on voit précisément l'intervention du chlorure de calcium susciter la notion si féconde de l'effet de tampon.

Mélange des acides phosphorique et tartrique. — L'addition de chlorure de calcium exerce donc des effets inverses dans la neutralisation des deux acides : la zone neutre de l'un tend à disparaître et celle de l'autre à se doubler. Si l'on effectue la même série d'expériences sur leur mélange en proportions équimoléculaires, on constate l'additivité du phénomène : il s'établit une compensation qui maintient à la zone neutre une étendue invariable ou, pour dire vrai, à peu près invariable. *Pratiquement, la zone neutre et l'effet tampon corrélatifs sont invariables* (*fig.* III).

Les faits signalés dans cette Note et les précédentes (*loc. cit.*) mettent en évidence comment l'introduction de certains sels métalliques peut modifier le seuil d'acidité ou d'alcalinité et l'étendue de la zone neutre de certains mélanges tampons.

L'influence des sels de calcium est particulièrement curieuse en ceci qu'elle peut changer de sens suivant le mélange sur lequel porte son action.

Il se pose alors deux questions pouvant intéresser la biologie :

Faut-il attribuer à ces actions modificatrices une part de l'influence des métaux sur le régime d'action des diastases ?

Dans l'affirmative, faut-il distinguer radicalement ou au contraire confondre dans certains cas particuliers ce mode d'action des métaux et celui d'ordre catalytique que l'on caractérise par le nom de coferment que M. Gabriel Bertrand a introduit dans la Science ?

La réponse à ces questions ne peut être donnée que par les biologistes.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *L'étain dans l'organisme humain.* Note [2] de M. Émile Misk, transmise par M. d'Arsonval.

La présence de l'étain dans les conserves alimentaires a été souvent signalée. L. Barthe [3], Pouchet [4] l'ont isolé des asperges, champignons,

---

[1] *Comptes rendus*, t. 131, 1898, p. 293.
[2] Séance du 26 décembre 1922.
[3] L. Barthe, *Toxicologie chimique*, 1918, p. 186.
[4] Pouchet, *Traité de Toxicologie*, 1903, p. 249.

purées de tomates, choucroute, viandes conservées dans des boîtes en fer-blanc.

Gasthauer (1) a trouvé de l'étain en très fortes quantités (2 pour 100) dans des fromages enveloppés de papier d'étain.

Wagner (2), Hall (3), Unger et Bodloender (4) ont établi que l'étain est attaqué par les sels neutres, les acides acétique, citrique, tartrique et pratiquement par tous liquides ou « sauces » des conserves.

Nous-même avons constaté la présence de l'étain non seulement dans les conserves en fer-blanc, mais même dans certains aliments frais.

Dans ces conditions, on devait s'attendre à trouver normalement en quelque sorte de l'étain dans l'organisme humain, et il était particulièrement intéressant de rechercher, au point de vue de l'expertise toxicologique, quelle serait la quantité d'étain normale.

L'étain n'est pas, à proprement dire, un métal toxique, bien que des auteurs [Patenko (5), Günther (6)] aient vu en lui la cause de certaines intoxications. Quoi qu'il en soit, l'expert doit être renseigné sur la présence habituelle de l'étain dans l'organisme comme il l'est sur celle du zinc, de l'arsenic, du mercure et de bien d'autres éléments chimiques.

Nous avons effectué quelques recherches concernant l'étain normal, à la suite de M. Kohn-Abrest sur l'arsenic, le mercure (7) et le zinc [sur ce dernier corps avec M. Gyaya (8)].

Nous avons constaté que pour la recherche et le dosage de l'étain, deux méthodes donnent des résultats satisfaisants.

1° *Méthode de Kohn-Abrest.* — A 100^{g} de matières broyées, on ajoute 1^{g} de magnésie calcinée et l'on délaye le tout dans 30^{cm^3} d'une liqueur aqueuse contenant 30 pour 100 de nitrate de magnésie $[Mg(AzO^3)^2, 6H^2O]$; on dessèche le mélange (en capsule de porcelaine) vers 250° et l'on chauffe à la mouffle, maintenue au rouge sombre, jusqu'à ce que l'on obtienne des

(1) GASTHAUER, *Contribution à l'étude toxicologique de l'étain* (*Thèse de Pharmacie*, 1910).

(2) WAGNER, *Bayerisches Industrie und Gewerbblatt*, 1876, p. 129.

(3) HALL, *American chemical Journal*, Bd 4, p. 440.

(4) UNGER et BODLOENDER, *Centralblat f. Allg. Gesundheistspflege*, Bd 1, p. 54.

(5) PATENKO, *Archives de Physiologie*, 1886, p. 33.

(6) GÜNTHER, *Zeitschrift für Nahrungsmittelunterschung und Hyg.*, 1889, p. 915.

(7) KOHN-ABREST, *S. M. légale*, 11 mars 1918, p. 67-78. — KOHN-ABREST, SICARD, PARAF, *Comptes rendus*, t. 171, 1920.

(8) GYAYA, *Zinc dans l'organisme humain* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 906) et *Thèse Pharmacie*, 1920.

cendres blanches. Ces dernières sont rassemblées dans un creuset, additionnées d'une quantité suffisante de potasse caustique (2^g à 3^g) et le tout est porté au chalumeau jusqu'à fusion. La masse refroidie est reprise par l'eau bouillante qui dissout le stannate de potasse; on filtre, on évapore. Le résidu obtenu est traité par l'acide nitrique, évaporé à sec. On reprend à chaud par l'eau aiguisée avec de l'acide nitrique. L'étain insolubilisé sous forme d'*oxyde d'étain* est lavé, séché et pesé. On vérifie la nature de l'oxyde en le réduisant par digestion prolongée avec un peu de zinc et d'acide chlorhydrique étendu.

2° *Méthode de Bourcet-Misk.* — Nous avons appliqué à la destruction le procédé indiqué par Bourcet pour le dosage de l'iode organique.

100^g de matières sont broyées et additionnées de 50^{cm^3} d'une solution de potasse à 30 pour 100 et séchées à l'étuve. On broie, la poudre est incinérée à la mouffle et les cendres chauffées jusqu'à fusion. On poursuit sur le résidu (repris par l'eau bouillante) l'opération comme précédemment.

Les deux procédés nous ont donné des résultats identiques; mais le second est plus simple et plus rapide lorsqu'il s'agit uniquement d'une recherche de l'étain. C'est lui que nous avons définitivement employé.

Voici les résultats de nos recherches :

Organes.	Étain en grammes : Par kilogr. d'organes frais.	Par kilogr. d'organes secs.	En totalité des viscères.
Homme de 42 ans.			
Cerveau	0,00587	0,0199	0,00487
Reins	0,00330	0,0522	0,01620
Cœur	0,01570	0,0534	0,00640
Foie et rate	0,13760	0,4678	0,22000
Poumons	0,02590	0,6316	0,01890
Estomac, intestins et contenu	0,09060	0,3077	0,08600
		Total	0,35237
Premier fœtus.			
Cœur	trace		
Foie	0,1936	0,59985	0,01636
Rate	trace		
Deuxième fœtus.			
Cœur	trace		
Foie	0,0983	0,3346	0,00393
Rate	trace		

D'après ces résultats, il apparaîtrait que l'étain existe normalement dans l'organisme humain et que les proportions ne semblent pas augmenter avec l'âge.

On retrouve surtout l'étain dans le foie, puis par ordre décroissant dans l'estomac, les reins, les poumons et le cerveau.

Au point de vue de l'expertise toxicologique, il résulte de ces recherches qu'une présence de 3^{cg}-4^{cg} d'étain dans 100^{g} de viscères humains n'est pas excessive et qu'il n'y a pas lieu de les retenir dans les conclusions.

Au point de vue physiologique, il est intéressant de constater que l'organisme humain paraît contenir normalement tout au moins autant d'étain que de zinc.

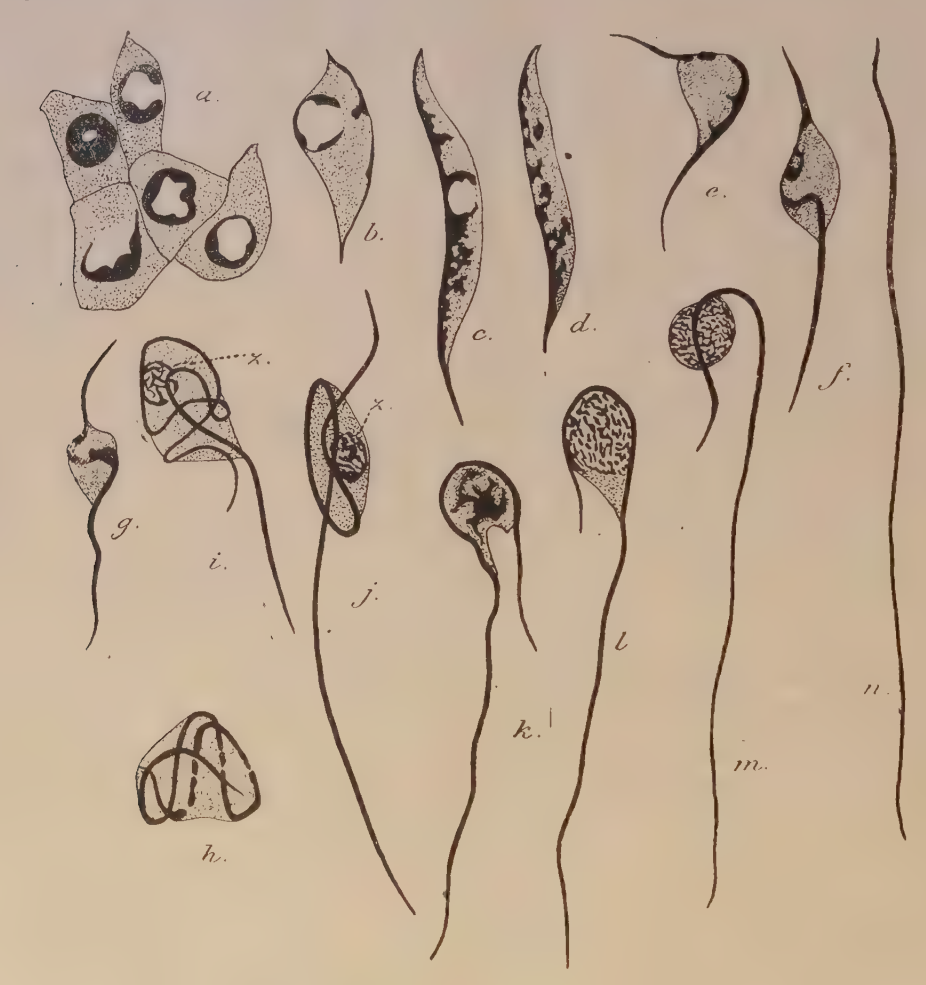
CYTOLOGIE. — *Sur la spermatogénèse du* Balanus perforatus. Note de M. **Boris Ephrussi**, présentée par M. F. Mesnil.

La spermatogénèse des Cirripèdes n'a fait jusqu'ici l'objet d'aucun travail détaillé ; nos connaissances sur ce sujet ne vont guère au delà de quelques observations relatives aux spermatozoïdes mûrs. Toutefois, à côté de spermatozoïdes d'une forme typique, avec tête et flagelle, tels que ceux décrits par Nussbaum chez le *Pollicipes polymerus* Sowerby, on a remarqué dans d'autres espèces des spermatozoïdes filiformes d'un aspect moins différencié et qui ont été considérés comme apyrènes. E. Ballowitz a appuyé cette interprétation sur le fait que, par macération dans une solution de NaCl, le filament spermatique peut être dissocié en deux fibres, dont la plus mince se résout elle-même en un faisceau de fibrilles. Il suppose que la chromatine, chimiquement transformée, se trouvait peut-être dans la plus grosse des fibres.

Ballowitz s'était bien rendu compte que l'étude de la spermiogénèse pouvait seule trancher la question. Mais les notions sur ce point restaient très fragmentaires. Dès 1841, Kölliker avait constaté chez le *Balanus stroehmii* et *B. sulcatus* Brug. la présence de spermatozoïdes filiformes à l'extrémité distale du canal déférent et, à l'extrémité proximale de ce conduit, de cellules à noyau normal, s'effilant ensuite aux deux extrémités de façon à donner les filaments adultes. Plus récemment, A. Gruvel, reprenant dans sa Monographie la spermatogénèse du *Balanus perforatus* Brug., confirme à peu près les observations de Kölliker, et conclut d'autre part à l'existence de deux sortes de spermatozoïdes, les uns normaux, les autres géants, tous deux pourvus d'une tête distincte.

Désireux d'élucider cette question, j'ai poursuivi, à la Station biologique

de Roscoff, l'étude de la spermatogénèse chez cette même espèce, *Balanus perforatus* Brug.



Le spermatozoïde mûr est filiforme et mesure 4^{μ} de longueur. Même aux plus forts grossissements, il ne révèle aucune différenciation de structure; c'est un filament homogène qui, coloré par les procédés les plus divers, a toujours donné les réactions microchimiques caractéristiques de la chromatine et l'étude de la spermatogénèse confirme cette interprétation; on peut cependant admettre que cette chromatine est limitée par une mince pellicule protoplasmique, que son extrême ténuité fait échapper à l'examen.

Les spermatogonies sont des cellules à protoplasma homogène et à noyau volumineux occupant presque toute la cellule; la chromatine est éparpillée en une poussière de grains. La petitesse des éléments ne m'a pas permis de suivre en détail le processus de la réduction chromatique : l'aspect des

mitoses semble les attacher au schéma hétéro-homéotypique de Grégoire.

Les jeunes spermatides se présentent avec un noyau très compact : on n'y distingue plus ni chromosomes ni grains chromatiques. Plus tard on voit apparaître au centre du noyau un espace clair, qui augmente de plus en plus; finalement toute la chromatine se concentre en un anneau, parfois irrégulier (*fig. a*); la membrane nucléaire n'est plus distincte. C'est à ce stade que la spermatide devient libre dans la cavité de l'ampoule séminifère et que la spermiogénèse commence. La spermatide prend une forme naviculaire (*b*) et s'allonge progressivement en un fuseau flexueux. En même temps l'anneau chromatique se désagrège en grains, qui s'éparpillent dans le cytoplasme (*c*, *d*), puis se condensent à nouveau par confluence en un filament superficiel (*d*, *e*). Le processus commence par les deux pôles aigus de la cellule; les deux extrémités du filament sont donc les premières formées. Puis, tandis que le filament s'allonge par évolution de sa partie moyenne, le cytoplasme se ramasse en une goutte globuleuse, à la surface de laquelle le filament chromatique décrit quelques sinuosités (*e*, *f*, *g*) en spires, de plus en plus compliquées, au fur et à mesure que s'allonge le filament lui-même (*h*, *i*, *j*).

A ce moment commence à apparaître dans la goutte cytoplasmique un corps mitochondrial, dont je n'ai pu déceler la genèse à aucun stade antérieur. Il se manifeste sous forme d'un réseau de minces filaments groupés en un « Nebenkern » caractéristique (*z*, *fig. i*, *j*); très petit et faiblement colorable au début, il grandit peu à peu, en même temps que sa colorabilité s'accentue.

Le filament chromatique, alors achevé, commence à se dérouler en se détachant de la goutte cytoplasmique ; ce déroulement commence par les deux bouts, mais progresse notablement plus vite à l'un d'eux; le reliquat cytoplasmique momentanément encore retenu, dans une anse subterminale du filament, peut en imposer pour une tête (*k*, *l*, *m*) et c'est sans doute ce stade qui a été interprété comme spermatozoïde géant. Enfin le résidu cytoplasmique, où les mitochondries ont dégénéré et disparu, achève de se séparer et libère le spermatozoïde filiforme mûr (*n*).

Il n'y a donc, chez le *Balanus perforatus*, qu'un seul mode de spermatogénèse; mais le spermatozoïde est atypique, exclusivement constitué par un filament chromatique, et ne représentant par conséquent qu'une tête, sans aucun des autres constituants ordinaires, dérivés de formations cytoplasmiques. Le rejet total de mitochondries en même temps que du reliquat cytoplasmique s'oppose, au moins dans ce cas, à la théorie qui voudrait attribuer aux mitochondries un rôle de support héréditaire. L'absence de

toute pièce intermédiaire soulève une intéressante question de l'origine possible du centrosome de segmentation dans l'œuf fécondé.

MICROBIOLOGIE. — *Sur les propriétés différentes des poussières microbiennes sèches ou liquides.* Note de M. A. TRILLAT, présentée par M. Roux.

Ce qui différencie tout d'abord les poussières microbiennes solides des poussières liquides est la forme sphéroïdale affectée par ces dernières : de là découlent pour elles un ensemble de propriétés physiques qui se traduisent dans la pratique par des résultats biologiques différents. Ces propriétés physiques sont en effet régies par la loi de Stoke qui s'applique aux corpuscules sphériques; j'ai déjà fait connaître dans une série de Notes antérieures l'influence exercée sur ces gouttelettes par les agents physiques tels que la pesanteur, la température, la pression, l'électricité et le degré hygrométrique ([1]). Le résumé des expériences suivantes qui ont trait à la puissance de pénétration des poussières microbiennes solides ou liquides établissent d'une façon définitive leur différence au point de vue épidémiologique.

Essais in vitro. — Un tube de verre horizontal de 80^{cm} de longueur et de 15^{mm} de diamètre est relié par une de ses extrémités à une trompe d'aspiration; l'autre extrémité communique avec deux récipients de 20 litres disposés à la suite l'un de l'autre. Entre les récipients et le tube, on tasse un tampon de coton (3^{g}), sur une longueur de 10^{cm}. L'intérieur du tube est revêtu de gélose nutritive solidifiée : un manomètre à eau placé entre le tube et le deuxième récipient permet d'évaluer l'aspiration. Le nuage microbien est obtenu dans un local à part par la pulvérisation dans le premier récipient de 5^{cm^3} d'une émulsion aqueuse provenant de la dilution dans 10^{cm^3} d'eau stérile de 5^{cg} du râclage de la partie superficielle d'une culture de 24 heures de *Prodigiosus* sur gélose. Ce récipient, porté dans le local d'expérience, est mis en communication avec le tube horizontal par l'intermédiaire du deuxième récipient qui retient les plus grosses gouttelettes. Même dispositif pour l'étude des poussières microbiennes sèches (talc imbibé de *Prodigiosus*, *Subtilis*, *Aspergillus niger*, poussières d'appartements). Cet appareil m'a permis d'étudier l'entraînement des poussières microbiennes humides et sèches en fonction de l'épaisseur du tampon, de son degré de compression, de l'aspiration et du temps.

Résultats. — Les résultats sont très nets : les gouttelettes microbiennes de *Prodigiosus* pour une faible pression traversent en 2 et 5 minutes des tampons de 2^{g} et 4^{g} de 10^{cm} de longueur. Une aspiration plus énergique permet aux gouttelettes de traverser un tampon de coton de 10^{g} occupant 25^{cm} de longueur après 5 minutes. Dans le même laps de temps, on a observé pour

---

([1]) *Comptes rendus*, années 1914, 1917, 1918, 1920, 1921.

ces expériences que les gouttelettes avaient des tendances à se localiser vers les parties les plus éloignées du tube. Les expériences comparatives faites dans les mêmes conditions sur les poussières microbiennes sèches ont donné des résultats complètement négatifs.

A l'air libre, les gouttelettes microbiennes peuvent traverser les mailles d'un tissu fin. C'est ainsi que des boîtes de Pétri, enveloppées par un double tissu de toile fine, sont largement ensemencées après quelques minutes quand on les expose, à divers endroits, dans un local de 800^{cm^3}, dans lequel on a pulvérisé 1^{cm^3} d'une émulsion microbienne obtenue comme il a été indiqué plus haut.

Essais sur les animaux. — J'ai été naturellement conduit par les résultats précédents à étudier comparativement la puissance de pénétration des poussières microbiennes sèches ou liquides dans l'organisme sous l'influence de l'aspiration.

Je me suis servi de l'appareil utilisé par Calmette dans ses recherches sur la pénétration des poussières tuberculeuses dans les voies respiratoires, et qui consiste essentiellement en un récipient d'un litre de capacité, dans lequel rentre la tête du cobaye à travers une membrane de caoutchouc assurant l'étanchéité. Au moyen d'une trompe à eau, on fait arriver dans le récipient les poussières qui sont aspirées par l'animal.

Après chaque inhalation, le cobaye était immédiatement flambé, transporté dans un local éloigné, décapité et autopsié par un deuxième opérateur pour éviter toute chance de contamination. On pratiquait des prélèvements sur tout le parcours des voies respiratoires, tandis que les poumons, mis à part dans une boîte stérilisée, étaient encore transportés dans un autre local où l'on pouvait pratiquer des ensemencements en toute sécurité. Ces précautions sont nécessaires étant donnée la puissance de diffusion des gouttelettes microbiennes.

En opérant ainsi, j'ai trouvé que les gouttelettes microbiennes de *Prodigiosus* pénétraient instantanément en moins d'une minute dans les parties les plus profondes des deux poumons de l'animal. Pour des aspirations de 5 minutes, les colonies fournies par le lavage de fragments de poumon dans l'eau stérile ou par frottis sont en nombre infini.

Rien de semblable dans le cas des poussières microbiennes sèches (talc mélangé au *Prodigiosus*, *Subtilis*, *Aspergillus niger* : l'inhalation prolongée même pendant 15 minutes ne fournit aucun résultat positif.

Toutes ces expériences reproduites avec des variantes différentes ont toujours donné des résultats dans le même sens. Les poussières microbiennes, lorsqu'elles sont sèches, sont fixées par le mucus des cavités nasales et pharyngiennes; elles sont arrêtées en partie par l'épithélium à cils vibra-

tils qui tapissent les parois de la trachée. Grâce à leur sphéricité et à leur tension superficielle, les gouttelettes peuvent cheminer sur la muqueuse sans y être fixées.

Je rappellerai déjà avoir montré [1] que, dans certaines circonstances, les terrains de culture humides ne s'ensemençaient pas quand on les plongeait dans un nuage microbien. La rapidité de pénétration des gouttelettes dans les poumons explique aussi la facilité avec laquelle j'ai pu contagionner des lots de souris en les plongeant seulement quelques secondes dans un nuage de paratyphique. Il n'y a rien là qui doive nous surprendre quand on pense que 1^{mg} de culture à l'état frais, renfermant plusieurs millions de microbes, peut, par son fractionnement à l'état de nuage, fournir un nombre de gouttelettes suffisant pour tapisser la plus grande partie de la surface des alvéoles pulmonaires.

La connaissance des propriétés des poussières microbiennes sèches ou humides, outre qu'elle éclaire pour une partie le mécanisme de la transmission des épidémies par les microbes en suspension dans l'air, peut fournir des indications nouvelles sur les méthodes à employer pour désinfecter l'air des locaux.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Inoculation du virus herpétique aux organes génitaux du lapin. Transmission de l'infection herpéto encéphalitique par contact sexuel.* Note [2] de MM. **C. Levaditi** et **S. Nicolau**, présentée par M. E. Roux.

Le virus herpétique est inoculable au lapin à la cornée (Grüter), dans le cerveau (Doerr et Vöchting) et sur la peau (Levaditi, Harvier et Nicolau). Il provoque une maladie identique, au point de vue des symptômes, des lésions et de l'immunité, à l'encéphalite léthargique expérimentale. Peut-on inoculer le germe de l'herpès aux organes génitaux du lapin? La question mérite d'être étudiée, étant donné que l'herpès, est, avant tout, une *ectodermose neurotrope* (Levaditi), dont les manifestations intéressent, chez l'homme, non seulement le revêtement cutané et la cornée, mais fréquemment aussi les muqueuses génitales.

Nous avons essayé de préciser : 1° si le virus herpétique est inoculable au prépuce et à la muqueuse vaginale du lapin; 2° s'il se propage au névraxe; 3° si l'infection herpétique génitale est transmissible par contact sexuel et 4° si la maladie est suivie d'immunité locale et générale.

---

(1) *Activité de l'infection par voie aérienne* (*Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 109).
(2) Séance du 3 janvier 1923.

1° *Le virus herpétique est inoculable aux organes génitaux du lapin; il en est de même du germe encéphalique.*

Expérience I. — *Le lapin mâle* 32-J est inoculé au prépuce, par scarification, avec du virus herpétique de passage (cerveau). La lésion, qui débute le 3e jour, consiste en une inflammation suintante de la muqueuse, qui, par la suite, s'ulcère et se couvre d'un enduit blanc jaunâtre. L'animal meurt le 12e jour. Son cerveau contient le virus (inoculation positive au *lapin* 66-F). L'examen histologique de l'encéphale et de la moelle montre des lésions de méningite à mononucléaires et de poliomyélite aiguë, sans neuronophagie, mais avec dégénérescence des neurones.

Expérience II. — *La lapine* 4-P est inoculée de la même manière, avec le même virus. Les lésions vaginales débutent le 3e jour. L'animal est malade le 9e jour et meurt le 13e, alors que l'éruption herpétique du vagin est en voie de guérison. Son cerveau contient du virus (inoculation positive au *lapin* 2-V). La moelle épinière montre des altérations nettes de poliomyélite et des manchons périvasculaires.

Expérience III. — *La lapine* 45-P est inoculée au vagin avec du *virus encéphalitique de passage*. Les lésions locales débutent le 4e jour et guérissent le 19e jour. L'animal survit.

Nos expériences, au nombre de 7, ont toutes fourni le même résultat.

2° *L'infection herpétique génitale ne reste pas localisée; elle se généralise, se propage au névraxe le long des filets nerveux, et provoque souvent la mort de l'animal par encéphalo-myélite.* En effet, dans quatre essais sur six, les lapins sont morts d'encéphalite les 12e, 13e 14e et 19e jours. L'encéphale des animaux qui ont succombé du 12e au 14e jour contenait le germe virulent. Le cerveau du lapin mort le 19e jour en était dépourvu, quoiqu'il présentait des lésions intenses d'encéphalite chronique cicatricielle.

3° *L'herpès génital expérimental contient du virus herpétique inoculable à la cornée.*

Expérience. — *La lapine* 91-J est inoculée au vagin; les lésions débutent le 3e jour. Six jours après l'inoculation, on prélève une goutte de sécrétion vaginale, que l'on inocule, par scarification, à la cornée du *lapin* 31-T; l'animal fait de la kératite et meurt d'encéphalite le 9e jour. Un second prélèvement, fait 15 jours après, se montre avirulent. Il en résulte que *le germe vit au moins pendant* 6 jours *au niveau de l'herpès génital, pour disparaître ultérieurement* (15e jour).

4° *Contamination par voie de copulation.* — Dans *cinq expériences*, des animaux, porteurs de lésions génitales en évolution, ont été accouplés avec des lapins neufs et maintenus en présence pendant plusieurs jours. Une seule fois l'infection a été transmise par copulation.

Expérience. — *Le lapin neuf* 64-P est accouplé avec la *femelle* 4-P atteinte d'herpès vaginal en évolution. Le 5e jour, on constate sur le gland du *lapin* 64-P, une vésicule d'herpès, bientôt suivie d'une seconde vésicule située à l'entrée du méat. Le *lapin* 64-P meurt d'encéphalite herpétique le 23e jour; son encéphale contient du virus et montre des lésions intenses.

Il résulte de cette expérience que l'*herpès génital du lapin est transmissible par contact sexuel. L'infection se propage au névraxe et provoque la mort par encéphalite. La transmission de la maladie par copulation est cependant exceptionnelle*, puisque quatre autres essais sont restés négatifs, malgré l'accouplement prouvé par la fécondation.

5° *Les animaux qui guérissent d'herpès génital deviennent réfractaires à l'inoculation du virus dans le cerveau et aux organes génitaux* (immunité générale absolue ou partielle).

Ces données sont conformes à ce que l'on observe en pathologie humaine. Chez l'homme, l'herpès génital s'accompagne souvent de troubles généraux, qui traduisent un retentissement de la maladie sur le système nerveux central (réactions cytologiques et infectiosité du liquide céphalo-rachidien, Ravaut et Darré; Ravaut et Rabeau). D'autre part, les faits cliniques ne semblent pas prouver la transmission *fréquente* de l'herpès génital par contact sexuel; ce mode de propagation paraît exceptionnel, tout comme chez nos animaux d'expérience.

C'est la première fois que nous établissons expérimentalement la transmission, par simple contact sexuel, d'une infection fréquemment mortelle. Cette constatation offre un intérêt tout particulier, étant donné la parenté étroite entre le virus herpétique et le germe de l'encéphalite léthargique. On peut se demander, en effet, si, en plus des autres modes de contagion (voie naso-pharyngée, porteurs sains de germes), il n'y aurait pas lieu d'envisager la contamination par contact sexuel, comme jouant un rôle effectif dans l'extension épidémique de la maladie de v. Economo.

Quoi qu'il en soit, un rapprochement s'impose entre la syphilis [1] d'une part, l'herpès génital encéphalitogène d'autre part. Dans un cas comme dans l'autre, une infection, primitivement localisée à la zone génitale, se propage au névraxe, pour y déterminer, avec le tréponème, le tabès et la paralysie générale, avec le germe herpéto-encéphalitique, l'encéphalite.

A 16 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h30m.

A. Lx.

---

[1] Nous avons inoculé le virus herpétique sur des lésions syphilitiques génitales du lapin (*virus neurotrope*). Le résultat fut positif : l'herpès se greffe sur la lésion tréponémique et ne produit qu'une disparition temporaire des spirochètes.